ВКР

« Вопросы преподавания теории вероятностей в Старших классах»

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1 Теоретические основы изучения элементов теории вероятностей в старшей школе

1.1 Психолого-педагогические основы изучения в старших классах тематического модуля «Элементы теории вероятностей»

1.1.1 Психолого-педагогические особенности учащихся старших классов

1.1.2 Технология модульного обучения

1.2 Методические основы обучения учащихся старших классов принципам решения задач

Глава 2 Изучение современного состояния проблемы обучения учащихся старших в теме «Элементы теории вероятностей»

2.1 Базовые понятия и законы теории вероятности и особенности их представления учащимся общеобразовательной школы

2.2 Анализ нормативных документов

2.3 Анализ изложения элементов теории вероятностей в учебниках и программах

Глава 3 Методические аспекты преподавания в старших классах темы «Элементы теории вероятностей

3.1 Методологическая база исследования

3.2. Проведение констатирующего эксперимента

3.3 Разработка и внедрение модульной программы.

3.4 Анализ результатов опытно-экспериментальной работы

Заключение

Библиографический список

Приложения

ВВЕДЕНИЕ

Задача современной школы – сформировать гармонично развитую, компетентную личность, способную эффективно осуществлять жизнедеятельность в окружающем мире и социуме. С этой целью у школьника необходимо сформировать, в первую очередь, умение учиться, способность распознавать и применять определенные правила действий в той или иной ситуации.

Специфика школьного курса математики заключается в том, что данный предмет направлен на формирование основ мыслительной деятельности школьников, развитие логического мышления, умения систематизировать, проводить быстрые расчеты, применять алгоритмы и формулы и проч. Данные знания и умения пригодятся абсолютно каждому человеку в процессе обычной жизни [27].

Для того, чтобы суметь правильно сориентироваться в жизненной ситуации, применить определенные знания, найти решение, попытаться из нескольких вариантов решений выбрать более целесообразное – необходимы достаточно развитые творческие способности, быстрота и гибкость мыслительных процессов.

В то же время, школьные программы, учебники и задачники зачастую содержат достаточно мало заданий, развивающих данные способности. Программный материал больше нацелен на решение сугубо математических выражений, уравнений, задач на применение математических формул и т.п. К тому же, исследования уровня развития логического мышления у подростков показали, что логическое мышление у большинства школьников находится на недостаточном уровне развития [4; 16; 34].

На сегодняшний день возникла необходимость выбора наиболее эффективных методов и технологий, обеспечивающих доступ школьников к качественному образованию в соответствии с их индивидуальными способностями, склонностями и потребностями. Реализация концепции модернизации образования требует развития системы специализированной

подготовки учащихся, с учетом индивидуализации обучения, расширения и углубления методов обучения с учетом инноваций.

Стоит отметить, что современные учителя ведут активный поиск способов развития логических способностей учащихся на уроках математики. Формирования умений самостоятельно ориентироваться в постоянно растущем объеме информации, применять имеющиеся знания с максимальной пользой, создавать наиболее выгодные условия для приобретения новых знаний и для сообщения их другим. Перечисленные умения играют большую роль не только в процессе обучения, но и во всей жизнедеятельности человека.

Следовательно, актуальной является проблема поиска эффективных подходов, способствующих развитию логического мышления на уроках математики.

Одним из аспектов формирования логики и нестандартного подхода к решению задач выступает тематический блок «Элементы теории вероятностей», изучаемый в курсе математики старшей школы.

На сегодняшний день значительная часть естественнонаучных и социально-экономических знаний базируется на знании вероятностных законов. В то же время, без соответствующей специальной подготовки невозможно адекватное восприятие и интерпретация подобной информации. Обострившиеся социальные, политические, экономические и даже бытовые проблемы требуют от человека умения анализировать случайные факторы и события, принимать решения в ситуациях, имеющих вероятностную основу. Вопросам использования элементов теории вероятностей в школьном курсе математики посвящены работы И.В. Белько, В.А. Булычева, Е.А. Бунимовича, И.Р. Высоцкого, Е.С. Вентцель, В.Е. Гмурмана, М.А. Матальского, Ю.Н. Тюрина, В.В. Фирсова и др.[3; 5; 6; 8; 11; 20; 31; 33]

Однако, на сегодняшний день процедура проектирования программы, отвечающей современным запросам законодательства и действительности, обеспечивающей многоуровневое разностороннее применение математического аппарата, рассмотрена недостаточно. Необходима планомерная разработка

методических приемов включения блока теории вероятности в программный материал математического образования старшей школы.

Проблема исследования состоит в необходимости совершенствования методики преподавания Теории вероятностей в курсе математики старших классов общеобразовательной школы.

Объект исследования: программа математики старшей школы.

Предмет исследования: изучение возможности оптимизации общего интеллектуального, математического и личностного развития старшеклассников посредством тематического блока «Элементы теории вероятности».

Цель исследования: изучить особенности преподавания Теории вероятностей в школьном курсе математики и разработать методические рекомендации, позволяющие формировать ключевые и предметные компетенции учащихся посредством данного тематического блока.

Гипотеза исследования: проектирование новой методики преподавания Теории вероятности на старшей ступени общего образования будет способствовать успешному развитию общих и предметных компетенций учащихся при соблюдении следующих условий:

1. Учет возрастных и индивидуальных особенностей обучения старшеклассников элементам теории вероятностей,
2. Разработка подходов к обеспечению дифференцированного содержания обучения для предоставления возможности реализации каждым учащимся собственных способностей в усвоении материала.

Для реализации цели и проверки гипотезы нами были поставлены **задачи:**

1. Раскрыть структуру математического образования в старшей школе.
2. Определить роль теории вероятностей в развитии логического и творческого мышления школьников – как условия их успешной социализации и самореализации в обществе.
3. Определить основные методические особенности преподавания «Теории вероятностей», позволяющие развивать ключевые и предметные компетенции школьников.

4. Разработать структурно-функциональную модель проектирования тематического блока «Теория вероятности» в курсе старшей школы.

5. Разработать методику решения задач по теории вероятностей на ЕГЭ и ОГ

Теоретико – методологическую основу исследования составили:

- компетентностный подход в образовании (И.А. Зимняя, В.В. Сериков, А.В. Хуторской);
- теории прикладной и практической направленности математического образования, (Р.М. Асланов, Б.В. Гнеденко, Г.Л. Луканкин, А.Г. Мордкович, , А.А. Русаков, В.В. Фирсов, и др.);
- труды, посвященные проектированию методики преподавания отдельных тем в курсе старшей школы (Н.Я. Виленкин, В.С. Лютикас, В.В.Орлов, Т.В. Черникова и др.).

Методами исследования стали:

- теоретический анализ и систематизация данных педагогической, математической литературы по теме исследования,

- анализ содержания учебных программ и практики преподавания теории вероятностей в старшей школе;

- теоретическое моделирование;

- разработка системы уроков по формированию навыков использования теории вероятности при решении задач.

Актуальность исследования заключается в том, что определены методические особенности преподавания теории вероятностей в современной школе и разработана схема проектирования тематического блока с целью реализации методических особенностей преподавания математики в старших классах.

Теоретическая значимость исследования обусловлена предоставлением систематизированной и структурированной информации по проектированию тематического блока «Элементы теории вероятностей», которая позволяет по-

новому строить целевой, содержательный и процессуальный компоненты преподавания математики.

Практическая значимость исследования состоит в:

- разработке модели и программы преподавания теории вероятности, направленных на развитие ключевых компетенций учащихся,
- создании методического обеспечения преподавания блока «Элементы теории вероятностей».

Материалы данного исследования могут быть использованы учителями математики и репититорами в профессионально-педагогической деятельности.

Глава 1 Теоретические основы изучения элементов теории вероятностей в старшей школе

1.1 Психолого-педагогические основы изучения в старших классах тематического модуля «Элементы теории вероятностей»

1.1.1 Психолого-педагогические особенности учащихся старших классов

Особенности мышления являются основой для общего развития личности старшеклассников. На формирования ведущего типа мышления оказывают влияние различные психологические особенности, такие как восприятие, уровень развития внимания, тип и свойства памяти.

Исследованию процессов мышления в психологии и педагогике уделяется серьезное внимание, как основе интеллектуального и общего развития личности.

Под мышлением понимают социально обусловленный, связанный с речевой сферой, психический процесс познания нового, обобщенного и опосредованного отражения действительности путем её анализа и синтеза. [34, С. 35].

Большинство авторов отмечают, что мышление - высшая форма отражения мозгом окружающего мира, наиболее сложный познавательный психический процесс, свойственный только человеку.

Другие авторы рассматривают мыслительную деятельность, как один из мощнейших факторов развития цивилизации сегодняшнего дня» [4, с. 132]. Исследователи выделяют три основных вида мышления:

1. Предметно-действенное.

2. Наглядно-образное.

3. Словесно-логическое.

Предметно-действенное мышление позволяет учащимся сформировать определенные навыки обращения с предметами, их преобразования и применения в повседневной жизни. Начальными этапами формирования подобных умений являются элементарные действия с числами, изображения и соединения отрезков

в фигуру и проч. В дальнейшем такие способности развиваются в осуществление практического анализа, конструирования процессов, предметов и явлений, что является важной характеристикой профессиональных навыков в разных сферах деятельности [21, с. 124].

Следует отметить особенности развития мышления старших подростков: они способны абстрагироваться от конкретного наглядного материала, переводя образы в слова, анализируя, доказывая и формулируя гипотезы. Ведущими в данном возрасте становятся формально-логические операции, гипотетико-дедуктивное мышление. Особенности рефлексивной деятельности позволяют анализировать идеи, искать ошибки и выявлять противоречия в суждениях. Старшеклассник способен на системный поиск решений. Сталкиваясь с новой задачей, он старается найти различные пути ее решения, проверяя эффективность каждого и выбирая наиболее целесообразный. Для данного периода характерен интерес к абстрактным философским, религиозным, политическим и прочим проблемам, уровень которого зависит от особенностей развития интеллекта. Подростки рассуждают о будущем, вырабатывают собственные теории, приобретают более глубокий и обобщенный взгляд на мир. У них появляется склонность к самоанализу, приобретаются основы самовоспитания, самоорганизации и самоконтроля. Происходит активная интеллектуализация таких психических функций, как память и восприятие, воображение и креативность.

В то же время, этому возрасту присуща развитая способность к фантазированию, выстраиванию грандиозных, часто фантастических и утопических планов. Амбиции и стремления подросткового возраста, отношение к явлениям окружающей жизни, людям и событиям отличаются определенным максимализмом. Эмоциональные реакции сильно обострены. Однако, по мнению многих исследователей, именно этот факт способствует тому, что данный возраст становится сенситивным к развитию новых, нестандартных способов мышления.

В.Г. Сухомлинский отмечал важную роль логических и нестандартных задач в развитии мышления детей и формировании всесторонне развитой

личности [29]. Поскольку логические задачи представляют собой не простое задание на применение определенных формул и алгоритмов, а требуют умения анализировать, обобщать, проводить аналогии, находить общее и проч. Данные умения являются чрезвычайно важными свойствами личности, помогающими ей адаптироваться в окружающем мире.

Наглядно-образное мышление опирается на восприятие или представления. Этот вид мышления связан с ярким и живым представлением тех или иных предметов или явлений. То есть, если ученику объяснять при помощи словесного метода понятие длины и направления, он, возможно, сформирует в сознании некий абстрактный образ. Однако он будет неточным или даже ошибочным. Если же преподаватель изобразит данные линии или продемонстрирует при помощи ленты, нитки, рисунка – данные понятия приобретут конкретику. Можно долго объяснять младшим школьникам состав числа или правила сложения и вычитания, но достаточно несколько раз продемонстрировать на примере конфет, яблок, стаканов и проч. – и у них сформируется ясное понимание данных процессов и характеристик.

Логическое мышление позволяет сознанию ребенка выйти за пределы непосредственного опыта ощущения и восприятия. Оно характеризуется определенной степенью абстрактности, которая позволяет судить о тех процессах и явлениях окружающего мира, которые человек непосредственно не наблюдает [24, с 125].

З.И. Калмыкова отмечает важность продуктивного (деятельностного) мышления и таких его характеристик, как глубина, гибкость, устойчивость, самостоятельность и осознанность [13, с.37-40].

Р.С. Немов отмечает значимость научного мышления, как выражения мышления логического, обосновывая его с позиций правильности и безошибочности суждений. [25, с. 316]. Автор утверждает, что мышление для логики – это абстрактный процесс рассуждения, включающий в себя логические операции, умозаключения и выводы, которые сами по себе могут рассматриваться

как правильные и неправильные независимо от того, кто эти операции, умозаключения и выводы составляет.

Н.А. Менчинская отмечает, что логическое мышление характеризуется способностью к оперированию суждениями, терминами, понятиями и умозаключениями, а его развитие сводится к развитию логических приёмов мышления [21, с. 38].

Л.М. Фридман и другие исследователи также указывают, что в основе логического мышления лежат логические операции, умозаключения и выводы. Из чего возникает необходимость подробнее рассмотреть приведенные компоненты логического мышления [34, с. 106-108].

1) Способность к сравнению, то есть, сопоставлению объектов, нахождению сходств и различий. Посредством сравнения математических категорий школьники учатся воспринимать форму предметов, их размер, определять положение в пространстве и относительно других объектов. Сравнение позволяет научиться сопоставлять количественные характеристики явлений, знакомит с сущностью понятий «больше – меньше - равно», «высокий - низкий», «близкий - далекий», «длинный - короткий» и т.п. Подобные характеристики приводят к более глубокому проникновению в суть явлений и предметов окружающего мира.

2) Аналитическое мышление, то есть, способность разбивать изучаемый объект на составные части, выделение отдельных частей, признаков и свойств. Посредством анализа дети учатся понимать состав числа, осознают понятие целого и дробного числа, глубже понимают сущность процессов сложения – вычитания, умножения – деления. Анализ геометрических фигур позволяет выделить в сложном объекте его составляющие, что помогает развивать творческое мышление, развивает способности к черчению и рисованию, предметное отношение к окружающим предметам. Аналитические умения также помогают ребенку в любой жизненной ситуации действовать по алгоритму, применять основополагающие знания и умения в меняющихся жизненных ситуациях

3) Способность к синтезу. Данная способность является логическим продолжением и развитием аналитических способностей. Оно позволяет учащимся из отдельных частей, характеристик, свойств, частей складывать единое целое. Синтез отдельных характеристик изучаемого объекта или явления позволяет учащимся формировать в сознании более полную картину окружающего мира. С одной стороны, ребенок учится понимать состав объекта, с другой – понимает логику возможности или невозможности объединения отдельных частей, характеристик и проч.

4) Абстрактное мышление. Способность к абстрагированию от конкретных признаков и характеристик явлений и процессов позволяет воспринимать окружающий мир во всем его многообразии, включая свойства, о которых у учащегося еще нет определенных знаний. Данное свойство психики основано на формировании в воображении отвлеченной, и в то же время, целостной и реальной, картины изучаемого явления. Способность к абстрактному мышлению является важной ступенью к формированию и развитию творческих способностей, обогащает внутренний мир и эмоциональную сферу детей. Посредством абстракции учащиеся могут мысленно объединять процессы и предметы в группы, что лежит в основе понимания и запоминания определений, правил, способности к классификации, умению делать выводы.

5) Конкретизация. Несмотря на важность абстрактного мышления для личностного развития ребенка, способность четко представлять отдельные характеристики явления лежит в основе правильного восприятия предметов и явлений, позволяет избегать ошибок и путаницы. Способность к конкретизации позволяет выделить главное путем постепенного перехода от общего к частному. Данная способность развивается посредством углубления изучения предмета, когда уже достаточно известный объект подвергается более тщательной оценке. Так, например, понимание того, что предмет представляет собой большой квадрат, является общей, но не конкретной характеристикой объекта. Для более точного его представления уточняются численные показатели длины, высоты, ширины и т.п. - это мысленный подход от общего к единичному, которое

соответствует этому общему. Конкретизация объекта связывает теоретические знания с жизнью, с практикой и помогает правильно понять действительность. Отсутствие конкретизации приводит к формализму, оторванности знаний от реальной жизни.

6) Формулировка суждений. Характеризует умение учащихся отражать или утверждать связи между отдельными предметами или явлениями окружающей действительности. Данная характеристика демонстрирует достаточно высокий уровень сформировнности логического мышления, так как является показателем самостоятельности и основательности мыслительной деятельности учащегося, наличия у него определенной системы знаний, представлений о мире, развитых речевых показателей, уверенности, наличия собственного мнения и умения его высказывать. Другими словами, умение высказывать обоснованные суждения характеризует высокий уровень развития личности.

7) Умозаключение. Заключается в способности формулировать выводы на основании анализа нескольких суждений. Умозаключение может быть продолжением, развитием существующего суждения, синтезом нескольких сходных точек зрения, или же совершенно самостоятельном мнении, основанном на анализе ошибок, допущенных в различных формулировках.

Формирование логического мышления является одной из важнейших составляющих педагогического процесса. Учитель должен помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся познавательных интересов. В данном отношении математика даёт реальные предпосылки для развития логического мышления, а задача учителя сводится к наиболее полному и всестороннему использованию данных возможностей при обучении детей. [16, с.74-76].

При этом наибольшие возможности и перспективы для развития логического мышления предоставляет именно раздел «Теория вероятностей», поскольку решение вероятностных задач невозможно без рассуждений, умозаключений, выявления закономерностей – что и составляет основу логики.

При анализе логического мышления и его структуры О.К. Тихомиров выделяет следующие ключевые элементы:

1. Определённость условий задачи.

2. Логика проверяемых признаков и информативность поисковых фактов. [29, с. 115.]

Однако, педагогами отмечается недостаточность четко структурируемых и логически описываемых математических знаний и представлений для глубокого понимания школьниками всей сложности и многообразия процессов окружающего мира. Так, Б.В. Гнеденко писал: «Давно назрел и не терпит дальнейших отлагательств вопрос о введении в школьный курс математики элементов вероятностно-статистических знаний. Законы жёсткой детерминации, на изучение которых целиком ориентировано наше школьное образование, лишь односторонне раскрывают сущность окружающего мира. Случайный характер многих явлений действительности оказывается за пределами внимания наших школьников. В результате этого их представления о характере многих природных и общественных процессов носят однобокий характер и неадекватны современной науке. Необходимо познакомить их со статистическими законами, раскрывающими многогранные связи бытия предметов и явлений» [12, с. 117].

И действительно, современные стандарты общего образования диктуют педагогам необходимость учить детей свободно ориентироваться и принимать решения в вероятностной ситуации. То есть, уметь извлекать, анализировать и правильно обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения в ситуациях со случайными исходами. Ориентация на демократические принципы мышления, вариативность развития событий, на формирование способности жить и плодотворно работать в сложном, постоянно меняющемся мире, требует развития нового, вероятностно – статистического, мышления у современных подростков. Эта задача может быть решена в школьном курсе математики на базе тематических блоков, связанных с описательной статистикой и элементами математического анализа, с формированием комбинаторного и вероятностного мышления [19, с. 172].

Характерной особенностью подросткового возраста является способность к экспериментированию, в том числе и в способах осуществления мыслительных операций. Школьник при осуществлении познавательной деятельности пользуется различными видами обучения, как теоретическим, та и практическим, опытным, исследовательским, экспериментальным. Подростки проявляют повышенный уровень интеллектуальной активности, обусловленной естественной возрастной любознательностью, и стремлением продемонстрировать свои способности окружающим, заслужить высокую оценку результатов своей деятельности. [25, с.143].

Исследования, посвященные специфике развития мышления в подростковом возрасте, показывают, что процесс познания и обучения оказывает непосредственное воздействие на развитие мышления школьника, а мышление, в свою очередь, обеспечивает формирование основных личностных компетентностей учащегося. [4, с.165].

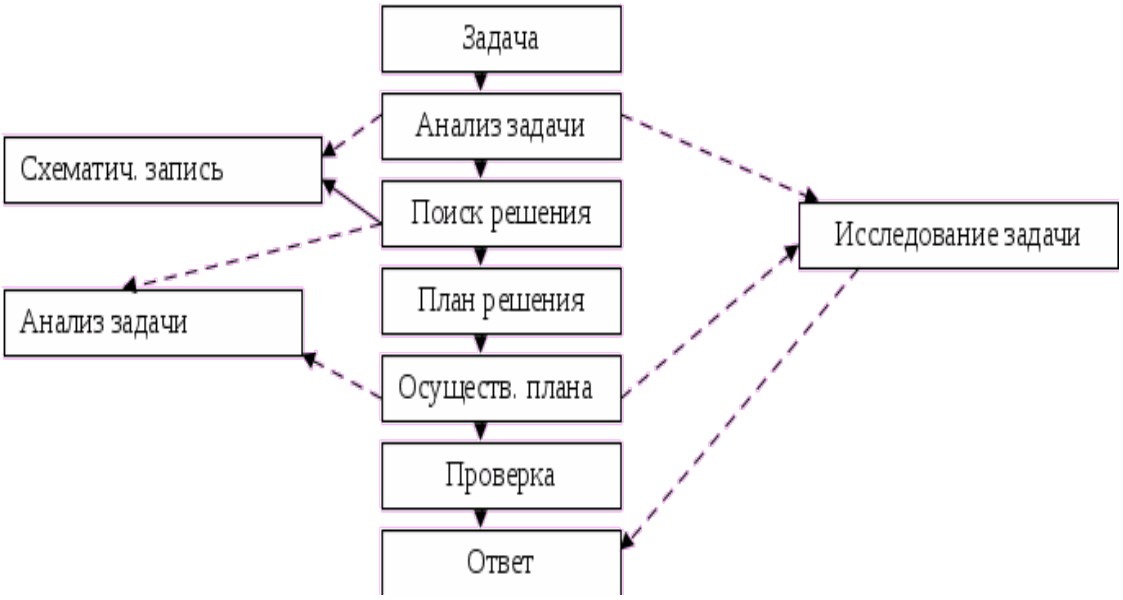
В подростковом возрасте являются определенные новообразования в мышлении школьников: стремление к активным предметным преобразованиям и перегруппировке различных сторон изучаемого объекта, с целью всестороннего, многогранного его изучения. При этом школьники более склонны к осуществлению совместной познавательной деятельности, обучению во взаимодействии со сверстниками. Такой подход, с одной стороны, позволяет реализовать коммуникативные потребности подростка. С другой стороны – помогает подростку проверить свои умозаключения, сопоставить их с мнениями сверстников, укрепиться в собственной позиции, или принять доводы одноклассников. В любом случае, такая деятельность делает процесс развития личности, более продуктивным, так как основывается на анализе теорий, сопоставлении и сравнении мнений, синтезе собственной теории, конкретизации, формулировании умозаключений и др. Познавательная деятельность, организованная в активном, творческом, деятельном аспекте, путем эффективного взаимодействия, способствует становлению устойчивой мотивации к обучению. [35, с.147].

1.2. Методические основы обучения учащихся старших классов принципам решения задач

Ю.М. Колягин указывал на значимую роль и место задач в процессе формирования у учащихся общей математической культуры. Автор выделил основные функции задач, и описал этапы процесса поиска решения. Ю.М. Колягин отмечал, что умение решать задачи «образует сложный комплекс, в состав которого входят активно действующие математические знания (и соответствующие им специальные умения и навыки), опыт в применении знаний и определенная совокупность сформированных свойств мышления» [15, с.152]. Автор подчеркивает, что для каждого этапа решения задачи существуют свои методические положения, соблюдение которых способствует наиболее эффективной организации работы школьников над решением задач.

При решении математических задач наиболее важным аспектом является умение определять тип задачи и действовать по алгоритму.

В обобщенном виде алгоритм решения можно представить в виде схемы:



Основным моментом в обучении школьников способам решения различного рода задач выступает наличие у них мотивации к деятельности. Другими словами, содержание задачи должно быть актуальным, интересным для ученика, вызывать стремление найти решение. Особенно привлекательными для школьников выступают нестандартные задачи, задачи- шутки, мифологические

сюжеты и т.д. В то же время наибольший интерес вызывают задачи, имеющие непосредственную связь с жизнью, развивающие умение находить правильные решения в жизненных ситуациях. Кроме того, подобные навыки пригодятся школьникам не только при изучении математики. Они формируют общую интеллектуальную компетентность, развивают творчество и логическое мышление.

Важной методической особенностью при выборе содержания задач для старшеклассников выступает выбор уровня сложности – с учетом личностно-ориентированного и дифференцированного подхода. Для того, чтобы задача вызвала интерес и желание найти решение, она должна быть не очень легкой, содержать некоторые противоречия или трудности, требующие напряжения ума. С другой стороны, эти трудности не должны быть чрезмерными. Учащийся должен чувствовать, что ему по силам найти решение. Для этого в каждой задаче должны быть элементы связи с ранее изученным.

Решение задачи должно осуществляться учениками самостоятельно. Возможна коллективная или групповая работа. Но учитель должен занимать координирующую и регулирующую роль. Он не должен сразу предлагать детям готовые формулы и решения, а может только отвечать на вопросы, возникающие у детей в ходе самостоятельных действий. Учитель координирует и направляет процесс поиска решения в нужном направлении, чтобы механизм поиска ответа стал для школьника открытием нового, которое затем закрепится в сознании и станет навыком.

Особую роль в развитии самостоятельности, креативности, творчества играют задачи, содержащие элементы теории вероятности и комбинаторики. Они требуют от ребенка нестандартного подхода к поиску решения.

Л.М. Фридман отмечал: «Для успешного решения нестандартных задач необходимо, прежде всего, уметь думать, догадываться. Но этого мало. Нужны, конечно, и знания, и опыт в решении необычных задач; полезно владеть и определенными общими подходами к решению» [34, с. 68].

Решение задачи начинается с восприятия и анализа условия. Первое, что должен обнаружить ученик – это знаком ли ему данный тип задач, на какую из ранее решенных задач похоже условие. Для этого учитель в начале изучения темы должен вооружить школьников набором вспомогательных задач, решение которых совместно отработано и разобрано по пунктам.

Понять идею и наметить пути поиска решения помогут и наводящие вопросы учителя, направляющие школьников по верному пути, актуализирующие ранее изученный материал.

Д. Пойа [26] сформулировал в своих работах основные принципы решения задач:

- изучить условие;
- вспомнить или найти родственную задачу;
- рассмотреть неизвестное;
- попытаться иначе сформулировать задачу;
- вернуться к основным определениям;
- сохранить часть условия;
- найти другие данные, вытекающие из условия, на основе которых можно бы было определить неизвестное.

В.И. Крупич [17, С.30] выделяет следующие виды поиска решения задач:

1. Перебор возможных вариантов решения посредством систематических проб.

2. Случайный поиск по случайно выбранному критерию.

3. Выборочный поиск, когда следующий ход выбирается на основании предыдущего.

4. Эвристический поиск, предполагающий упорядочивание информации путем отбрасывания неперспективных направлений.

В исследованиях Л.М. Фридмана [34] выделяет следующие направления работы по поиску решения:

- расчленение условия задачи на более простые части;

- замена задачи похожей или равносильной с помощью преобразования условия;

- введения вспомогательных элементов для сближения данных и искомых величин.

А. А. Столяр разделяет алгоритмы действий с задачами, метод решения которых еще неизвестен учащимся, и тех, в которых известен общий метод решения и нестандартных задач. [28, с.31].

При этом в первом случае стратегия решения должна быть ориентирована на самостоятельное открытие общего метода решения учеником, во втором случае первичным является поиск группы задач, аналогичных данной, которые решались ранее определенными, уже известными методами. Третий вид задач требует самостоятельного планомерного поиска решения.

Таким образом, при некоторых отличиях в подходах, большинство ученых сходятся к тому, что должен соблюдаться определенный порядок действий в решении задач. И одним из основных этапов является поиск аналогий.

В то же время, не все задачи можно решить, через цепочку ранее известных действий. Иногда решение может быть основано на предположении или «озарении» - т.н. эвристические задачи.

Для развития навыков действия с задачами основным является обучение школьников общим учебным действиям, формирование их личностной, интеллектуальной компетенции. Именно это свойство является основополагающим в решении задач по теории вероятностей.

Глава 2 Изучение современного состояния проблемы обучения учащихся старших в теме «Элементы теории вероятностей»

2.1 Базовые понятия и законы теории вероятности и особенности их представления учащимся общеобразовательной школы

Программный материал каждой дисциплины формируется на основе этапности усвоения знаний и формирования понятий. Математика, большей частью, наука, подчиненная логике мышления и закономерности выводов и решений. Именно здесь формируется умение работать по алгоритму и понимание взаимообусловленности всех процессов в окружающем мире. И действительно, в младших и средних классах школы все задачи и упражнения подчинены правилам и умению оперировать ими. У детей постепенно развивается логическое мышление, умение анализировать, сопоставлять, делать выводы.

Однако, к концу средней школы мышление школьников уже настроено на развитие абстрактного мышления и формирование образных представлений. Они уже способны, при помощи учителя корректировать житейские представления и обобщать личный опыт, формируя правильные представления о случайном, на основе которых далее можно вводить понятие вероятности и умение решать задачи на ее основе.

В свете требований современного общества и новых образовательных стандартов, необходимо учить детей анализировать ситуации и принимать решения в разных условиях, научить жить в вероятностной ситуации, анализировать и обрабатывать информацию, осуществлять логичные, обоснованные действия в ситуациях со случайными исходами.

Ориентация на демократические принципы мышления, на многовариантность возможного развития реальных ситуаций и событий, на формирование личности, способность жить и работать в сложном, постоянно меняющемся мире, с неизбежностью требует развития вероятностно - статистического мышления у подрастающего поколения.

Основными понятиями теории вероятности выступают:

- достоверные события;
- невозможные события;
- случайные события.

Невозможные события – это те события, которые при определенном комплексе условий определенно не наступают, если создался определенный комплекс условий. Другими словами, понимание смысла этих событий ведется методом «от обратного». Так, мы знаем, что у квадрата 4 одинаковых стороны, значит, если две стороны не равны – это не квадрат.

Случайные события – это те, вероятность наступления которых при данных условиях неопределенна. Так, при контакте с заболевшим ребенком несколько человек заболеют, а несколько – нет. То есть обязательность заражения не обусловлена наличием источника болезни.

Случайные события могут быть совместными или не совместными:

В случае несовместных событий, может наступить одно из этих них, но невозможно наступление двух или более.

Совместные события не исключают одновременного возникновения.

Достоверным событием является наступление хотя бы одного события из полного множества событий.

Классическое определение вероятности: Вероятностью P события A – называется отношение числа благоприятных исходов M к числу всех возможных исходов N. Для события A вероятность рассчитывается по формуле:

P(A)=M/N

Независимые, противоположные и произвольные события.

События A и B называется независимыми, если вероятность каждого из них не зависит от того, произошло ли другое событие.

Событие В состоит в том, что событие А не произошло, т.е. событие В является противоположным к событию А. Вероятность противоположного события равна единице минус вероятность прямого события.

P(A)+P(B)=1 или P(A) = 1- P(B)

Для произвольных событий А и В вероятность суммы этих событий равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного события, т.е.

P(A+B)= P(A)+P(B)- P(A*B)

Если события А и В несовместные, то вероятность их суммы равна сумме их вероятностей, т.е.

P(A+B)=P(A)+P(B)

Произведением двух событий А и В называют событие АВ, состоящее в совместном появлении (совмещении) этих событий.

Для независимых событий А и В вероятность произведения этих событий равна произведению их вероятностей, т.е. в этом случае .

P(AB)= P(A)*P(B)

Если вероятность события В вычисляется в предположении, что событие А уже произошло, то такая вероятность называется ***условной вероятностью*** события В по отношению к событию А. Обозначение: $P_A(B)$.

Теорема. Если события А и В являются зависимыми, то вероятность их произведения равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

Формула полной вероятности.

Если событие А может произойти только при выполнении одного из событий B_1, B_2, …, B_n которые образуют полную группу несовместных событий, то вероятность события А вычисляется по формуле

$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B2}(A) + \ldots + P(B_n) \cdot P_{Bn}(A)$.

Эта формула называется формулой полной вероятности.

Формула Бернулли.

При решении вероятностных задач часто приходится сталкиваться с ситуациями, в которых одно и тоже испытание повторяется многократно и исход каждого испытания независим от исходов других. Такой эксперимент еще называется ***схемой повторных независимых испытаний*** или ***схемой Бернулли***.

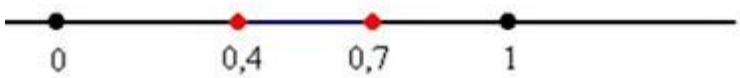
Пусть в результате испытания возможны ***два исхода***: либо появится событие *A*, либо противоположное ему событие. Проведем n испытаний Бернулли. Это означает, что все n испытаний независимы; вероятность появления события A в каждом отдельно взятом или единичном испытании постоянна и от испытания к испытанию не изменяется (т.е. испытания проводятся в одинаковых условиях). Обозначим вероятность появления события A в единичном испытании буквой p, т.е. p=P(A), а вероятность противоположного события (событие A не наступило) - буквой $q=P(\bar{A})=1-p$. Тогда вероятность того, что событие A появится в этих n испытаниях ровно k раз, выражается ***формулой Бернулли***

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Геометрическое определение вероятности.

Классическое определение вероятности оказывается эффективным для решения целого спектра задач, но с другой стороны, обладает и рядом недостатков. Даже правильнее сказать, не недостатков, а ограничений. Одним из таких ограничений является тот факт, что оно неприменимо к испытаниям с бесконечным количеством исходов. Простейший пример:

На отрезок [0;1] наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что она попадёт в промежуток [0,4; 0,7]?



Поскольку на отрезке бесконечно много точек, то здесь нельзя применить формулу P(A)=m/n *(ввиду бесконечно большого значения «эн»)* и поэтому на помощь приходит другой подход, называемый **геометрическим определением вероятности**.

Всё очень похоже: вероятность наступления некоторого события А в испытании равна отношению P(A)= g/G, где G– *геометрическая мера*, выражающая общее число всех возможных и равновозможных исходов данного испытания, а g – *мера*, выражающая количество благоприятствующих событию А исходов. На практике в качестве такой геометрической меры чаще всего выступает длина или площадь, реже – объём.

Рассмотрим событие: А – брошенная на отрезок [0;1] точка, попала в промежуток [0,4;0,7]. Очевидно, что общее число исходов выражается длиной большего отрезка: L=1-0=1, а благоприятствующие событию А исходы – длиной вложенного отрезка: l=0,7-0,4= 0,3

По геометрическому определению вероятности:

$$P(A) = \frac{l}{L} = \frac{0{,}3\,ед.}{1\,ед.} = 0{,}3$$

Законы вероятности во многом универсальны. Они являются основой научной картины мира. Современные естественные науки: биология, химия, физика, социология, философия, лингвистика и другие построены и развиваются на вероятностно - статистической базе.

На современном этапе российские программы школьного образования математике стараются объединить опыт ведущих стран мира, где теория вероятности давно введена в школьную программу. Однако, в различных странах существуют разные подходы к формированию основных вероятностных представлений. Чаще всего этот материал начинает изучаться в начальной школе. Однако, по мнению ведущих отечественных педагогов и психологов такой подход

не эффективен, так как мышление младшего школьника не настроено на понимание закономерности случайных событий.

Достаточно перспективным видится подход поэтапного введения и расширения элементарных представлений о теории вероятности и навыков статистического анализа эмпирических данных на протяжении всего обучения. При этом усложнение материала проводится на основе возрастных особенностей и степени освоенности предыдущих понятий. Существенную роль при этом играют задачи прикладного характера, анализ реальных жизненных ситуаций.

Специфика решения задач по теории вероятности диктуется своеобразием вероятностно-статистического материала, его тесной связью с практической деятельностью.

Целесообразным является постоянное подкрепление операций с вероятностными законами элементами комбинаторики, усвоенными в 5-6 классах.

2.2 Анализ нормативных документов

Изучение дисциплин и составление рабочих программ, также, как выбор содержания и структуры теоретического и практического материала по предмету диктуется современными нормативными документами, к которым относят:

- Закон РФ «Об образовании»,
- Федеральный Государственный Образовательный Стандарт,
- Базовый учебный план,
- Образовательная программа,
- Учебная программа,
- Национальная доктрина образования и др. [37]

«Законом об образовании» диктуются основные направления образовательной деятельности и ее обеспечения, основанные на требованиях современного общества. На основе этого документа построен Государственный Стандарт Образовании, который положен в основу разработки местных, региональных нормативных документов, программ и календарных планов учителя.

Федеральный Государственный Образовательный Стандарт (ФГОС)_по математике для основной школы включает изучение содержательного блока «Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей», определяет обязательный минимум содержания обучения статистике и требования к уровню подготовки учащихся по данному курсу.[38]

К теме, изучаемой в рамках данного блока в 5-6 классах, относится: «Описательная статистика. Вероятность. Комбинаторика», в составе которой изучаются:

- Понятие о случайном событии. Достоверное и невозможное событие. Сравнение шансов.
- Представление данных в виде таблиц, диаграмм.
- Решение комбинаторных задач перебором вариантов.
- Множество, элемент множества. Пустое множество. Подмножество. Объединение и пересечение множеств.

- Иллюстрация отношений между множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

В результате освоения программы учащиеся должны:

- Уметь извлекать информацию из таблиц и диаграмм, выполнять вычисления по табличным данным, сравнивать величины, находить наибольшие и наименьшие значения и др.

- Выполнять сбор информации в несложных случаях, организовывать информацию в виде таблиц и диаграмм.

- Приводить примеры случайных событий.

- Сравнивать шансы наступления событий.

- Выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчета объектов или комбинаций.

- Приводить примеры конечных и бесконечных множеств. Находить объединение и пересечение конкретных множеств.

- Иллюстрировать теоретико-множественные понятия с помощью кругов Эйлера.

В 7-9 классах вводится тема «Описательная статистика», в рамках которой ученик должен:

- Извлекать информацию из таблиц и диаграмм, выполнять вычисления по табличным данным. Определять по диаграммам наибольшие и наименьшие данные в однородном ряду, сравнивать величины.

- Организовывать информацию в виде таблиц, столбиковых и круговых диаграмм, в том числе с помощью компьютерных программ.

- Приводить примеры числовых данных, находить средние, размах, дисперсию числовых наборов.

- Приводить содержательные примеры использования средних и дисперсии для описания данных.

В теме «Случайные события и вероятность» учащимся дается понятие о случайном опыте и случайном событии. Также рассматриваются:

- Элементарные события.

- Частота случайного события.

- Статистический подход к понятию вероятности.

- Несовместные события. Формула сложения вероятностей.

- Вероятности противоположных событий.

- Независимые события. Умножение вероятностей.

- Достоверные и невозможные события.

- Равновозможность событий.

В результате дети учатся строить классические и статистические модели теории вероятностей.

Тема «Элементы комбинаторики» учит школьников способам решения комбинаторных задач перебором вариантов.

Основным методом итоговой проверки знаний выпускников школы на сегодняшний день является Единый Государственный Экзамен. В рамках ЕГЭ предусмотрен контроль следующих разделов математики:

- Статистические характеристики.
- Навыки сбора и группировки статистических данных.
- Наглядное представление статистической информации.
- Решение комбинаторных задач путём систематического перебора возможных вариантов и правила умножения.
- Вероятность случайных событий. Предполагает умение проводить вычисление частоты события готовых статистических данных, находить вероятности случайных событий в простейших случаях.

2.3 Анализ изложения элементов теории вероятностей в учебниках и программах

В школьных программах и учебниках можно встретить различную последовательность формирования у школьников понятия о вероятности. Так, некоторые педагоги советуют сначала ввести статистическое определение вероятности, связанное с понятием частоты события, а затем – классическое, определяемое конечными множествами. Другие авторы сначала уделяют внимание классическому, а затем – статистическому определению теории вероятности. Понятие о геометрической вероятности, связанное с характеристиками длины, площади и объема, дается в конце данной темы. В любом случае, после знакомства с понятиями теории и основными законами переходят к развитию умения решать геометрические и алгебраические задачи на применение теории вероятности.

Пропедевтика понятия вероятности и теории вероятности, как было отмечено выше, начинается с 5-го класса. Однако, впервые с начальными представлениями теории учащиеся знакомятся в курсе 9 класса алгебры, в теме «Элементы теории вероятностей»

В учебнике «Алгебра для 9 класса» Авторы: Н.Я. Виленкин, Г.С. Сурвилло, А.С. Симонов, А.И. Кудрявцев есть тема «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», состоящая из двух параграфов:

- «Основные понятия комбинаторики» - вводит правила суммы и произведения, а также понятия о размещениях, перестановках и сочетаниях.

- «Понятие вероятности события» учит пониманию частоты и вероятности (статистическое определение вероятностей). Учащиеся отрабатывают и закрепляют знания в опытах с конечным числом равновозможных исходов, переходя к понятию об исходах и событиях, подсчете вероятностей в опытах с равновозможными исходами (классическое определение теории вероятностей). В завершении работы над темой школьники учатся совершать операции над событиями и алгебраические действия с вероятностями.

Учебник «Алгебра» для 9 классов общеобразовательных учреждений. Авторы: Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк содержит раздел «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», который начинается с рассмотрения примеров решения комбинаторных задач. Далее учащие отрабатывают приемы перестановки, размещения и сочетания. «Начальные сведения из теории вероятностей» знакомят с относительной частотой случайного события и вероятностью равновозможных событий.

Учебное пособие «Алгебра» 9 класс. Автор А.Г. Мордкович. Учебное пособие состоит из 2 частей:

- Часть 1. «Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений.

- Часть 2. Задачник для 9 класса общеобразовательных учреждений).

Учебник начинается с рассмотрения множеств и операций над ними. Затем вводится понятие комбинаторики, рассматривается таблица возможных вариантов, демонстрирующая принцип правила умножения, принципы перестановки.

Математической статистике посвящен 3 параграф. В этом разделе вводится большое число новых терминов - в виде таблицы, где дается определение и описание основных терминов. Дальше учащиеся учатся работать с таблицей распределения и ее графическим представлением.

Учебный материал подкрепляется решением задач на нахождение достоверного и невозможного события. Вводится классическое определение вероятности.

Как этого требуют стандарты образования, параграф «Экспериментальные данные и вероятности событий» помогает найти связи между вероятностью и экспериментальными статистическими данными. В завершение дается определение статистической вероятности.

В 10 классе изучению теории вероятностей отводится три параграфа. В параграфе «Правило умножения. Перестановки и факториалы» основной акцент делался на вывод из правила умножения основных комбинаторных тождеств: $P_n = n!$для числа перестановок и 2^nдля числа всевозможных подмножеств

множества, состоящего из n элементов. Использование факториала удобно для сокращенной записи ответа во многих конкретных комбинаторных задачах Параграф «Выбор нескольких элементов. Биномиальные коэффициенты» предполагает рассмотрение классических комбинаторных задач, связанных с одновременным или поочередным выбором нескольких элементов из заданного конечного множества. Заключительный параграф «Случайные события и их вероятности» знакомит с классической вероятностной схемой, навыками работы с формулами: P(A+B)+P(AB)=P(A)+P(B), P($\bar{A}$)=1-P(A), P(A)=1-P($\bar{A}$).

К 11 классу усиливается практическая составляющая темы. Здесь теме «Элементы теории вероятностей» посвящены два параграфа. Речь в них идет о геометрических вероятностях, а в конце повторяются и расширяются знания о независимых повторениях событий с двумя исходами.

Таким образом, мы видим, что содержание учебников в отношении изучения темы «Элементы теории вероятностей» соответствует требованиям ФГОС и образовательных программ. Основное отличие состоит в последовательности изложения учебного материала и в количестве тренировочных заданий на решение задач по теории вероятностей.

Глава 3 Методические аспекты преподавания в старших классах темы «Элементы теории вероятностей»

3.1 Методологическая база исследования

При оценке уровня развития и характеристик мышления старших школьников следует иметь в виду два обстоятельства:

1. Все виды мышления, уже достаточно развиты.

2. В этом возрасте дети готовят себя к выбору будущей профессии и жизненного пути.

Основываясь на данных обстоятельствах, из множества существующих диагностических методик, следует выделить те, которые направлены именно на исследование способности к нестандартному, критическому мышлению, умения логически рассуждать, применяя законы теории вероятностей. Кроме того, для личности в целом важны коммуникативные умения, а именно – умения выражать и обосновывать свои суждения.

Целью исследования стала диагностика навыков при решения задач с использованием законов теории вероятностей и подготовка учащихся старших классов к успешному решению задач по теории вероятностей на ЕГЭ и ОГ.

Опытно-экспериментальная работа проводилось на базе учеников 10-ых классов. В мини-апробации приняли участие 2 подростка – Тарасов Дмитрий Денисович и Тарасова Виктория Денисовна, которые составили экспериментальную группу. Были составлены контрольные тестирования и контрольные работы, которые они выполнили.

1. Тест «Логичность умозаключений».

Цель методики - исследование логического аспекта мышления подростков.

Процедура тестирования: В каждом задании содержится суждение, основанных на законах теории вероятностей и вывод-умозаключение. Некоторые умозаключения правильные, а другие заведомо неправильные. Требуется определить, какие выводы правильные, а какие ошибочные. Время обдумывания каждого задания - 10 секунд. (Приложение 1)

Ключ:

10-13 ответов верно – 5 баллов

7-9 верных ответов – 4 балла

4-6 правильных – 3 балла

2-3 правильных – 2 балла

0-1 правильных – 1 балл

2. Самостоятельная работа «Решение комбинаторных задач»

Целью работы является определение уровня владения учащимися навыками решения данного типа задач.

Школьникам предлагается решить 20 задач. На решение 20 задач отводится 30 минут. (Приложение 2)

Ключ:

За каждую правильно решенную задачу испытуемый получает по 0,5 балла. Максимальная сумма баллов, которую может набрать один испытуемый за решение всех 20 задач, равна 10. Если результат оказался равным целому числу баллов с половиной, то он округляется до ближайшего большего числа. Например, результат 8,5 баллов в итоге округляется до 9,0 баллов.

10 баллов— очень высокий.

8-9 баллов— высокий.

4-7 баллов— средний.

2-3 балла— низкий.

0-1 балл— очень низкий.

3.Контрольная работа «Теория вероятностей»

Целью работы является определение уровня знания учащимися элементов теории вероятностей.

Школьникам предлагается решить 10 задач. На решение 10 задач отводится 20 минут. (Приложение 3)

За каждую правильно решенную задачу испытуемый получает 1 балл. Максимальная сумма баллов, которую может набрать один испытуемый за решение всех 10 задач, равна 10.

10 баллов— очень высокий.

8-9 баллов— высокий.

4-7 баллов— средний.

2-3 балла— низкий.

1 балл— очень низкий

3.2. Проведение констатирующего эксперимента

Во время проведения эксперимента школьникам предлагалось написать тест, самостоятельную и контрольную работу.

Для снятия напряженности от исследования испытание было представлено как обычная контрольная работа по математике.

После обобщения данных были получены следующие результаты:

1. Анализ тестовой диагностики по методу «Логичность умозаключений» дал следующие результаты:

100% опытной группы демонстрируют высокий уровень развития логичности в рассуждениях, они быстро улавливают ошибки в чужих умозаключениях.

0 % опытной группы имеют средний и низкий уровень логичности, могут допускать некоторые нелогичности в рассуждениях.

2. Анализ самостоятельной работы «Решение комбинаторных задач» выявил следующую тенденцию:

50% группы продемонстрировали высокий уровень логико-количественных отношений, справились со всеми заданиями быстро и безошибочно.

50% группы показали средний уровень логико-количественных отношений. Допускали значительный процент ошибок, но задание выполнили вовремя.

3. Анализ контрольной работы «Теория вероятностей» выявил следующую тенденцию:

100% группы продемонстрировали высокий уровень знаний, справились со всеми заданиями быстро и безошибочно.

0% группы показали средний и низкий уровень.

3.3 Разработка и внедрение модульной программы.

С целью систематизации и углубления представлений школьников о теории вероятностей и совершенствования навыков решения задач нами была разработана программа модуля по теории вероятностей.

В 11 классе завершается изучение школьного курса алгебры и основ анализа. Программа математики для 11 класса, составленная на основе ФГОС, включает в себя расширение и углубление понятий, изученных в предыдущих классах. Теме «Элементы теории вероятностей» отводится 8-12 часов – в зависимости от адаптации учителем учебной программы и профиля класса.

При профильном обучении целесообразным является составление модульной программы курса, в частности – по изучению темы «Элементы теории вероятностей».

При модульной организации учебного процесса происходит одновременная работа учителя по управлению самостоятельной работой всех учащихся и индивидуальной работе с отдельными учениками. Таким образом, все школьники оказываются максимально включенными в образовательную деятельность.

Основными этапами работы в рамках модуля выступают:

1. Выдача печатных модулей и самостоятельное изучение учащимися нового материала.

2. Закрепление и отработка материала в форме активной самостоятельной деятельности школьников (методы открытого микрофона, взаимодействие в группе, мини-проект и т.д.)

3. Подведение итогов в виде письменного решения заданий.

4. Домашнее задание.

Одним из основных принципов модульной технологии является дифференцированное обучение.

Активное использование ИКТ на уроках позволяет оптимизировать работу учащихся, развить информационную компетентность, осуществить оперативный тестовый контроль и т.д.

Тематические блоки в рамках изучаемой темы учитель выделяет самостоятельно, ориентируясь на программу курса, распределяет наиболее целесообразным образом количество часов.

Обучающим модулем называют автономную часть материала, включающую следующие компоненты:

- учебная цель;
- банк информации;
- методическое руководство по достижению целей;
- практические занятия по формированию необходимых умений;
- контроль результатов.

Система контроля при модульном обучении - рейтинговая. Каждое задание оценивается в баллах, которые ученики выставляют в тетради. В журнале выставляют только оценки «выходного контроля».

Таким образом, ***целью*** составления модульной программы по теме «Элементы теории вероятностей» является:

1.Развитие логического и алгоритмического мышления школьников.

2. Отработка методов анализа и моделирования.

3.Овладение методами обработки и анализа результатов экспериментов.

4. Совершенствование умений самостоятельного получения знаний.

5. Отработка практических навыков решения задач по теории вероятностей.

Цель модульной технологии состоит в организации самостоятельной работы школьников по усвоению материала в рамках дифференцированного подхода. Подобная технология позволяет повысить навыки самоконтроля и взаимоконтроля, обучить учащихся приемам исследовательской деятельности, развить познавательную компетенцию школьника и повысить качество обучения.

Задачи:

- показать специфику теории вероятностей,
- формировать понимание роли теории вероятностей в науке и жизни,
- выработать умение анализировать полученные результаты,
- сформировать навыки решения вероятностных задач.

Требования к результатам освоения курса:

- Знать основы теории вероятностей в объеме, достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин;
- Уметь использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных и специальных дисциплин, строить математические модели процессов и анализировать результаты эксперимента с привлечением методов математической статистики;
- Владеть методами решения вероятностных задач.

Основные ***формы обучения***:

- индивидуальные,
- фронтальные,
- групповые,
- коллективные;

В рамках программы используются ***методы обучения***:

- репродуктивный,
- объяснительно-иллюстративный,
- проблемный,
- проектный,
- рефлексивный.

Работа проводилась в течение 10 уроков из расчета 3 часа в неделю.

В конце темы была проведена контрольная работа, позволяющая оценить уровень усвоения материала, а также – повторная диагностика с использованием методов, применявшихся во время констатирующего эксперимента.

Структура тематического блока рассчитана на 10 часов и включает следующие тематические разделы:

Тематический план модуля

№	Тема	Кол-во часов	Содержание
1	Теория вероятностей	3	-Тест «Логичность умозаключений» - Основные определения и понятия.
2	Вероятностные события	3	-Самостоятельная работа « Решение комбинаторных задач» - Теоремы сложения и умножения вероятностей; -Последовательность независимых испытаний;
3	Формула Бернулли и Геометрическое определение вероятностей	3	- Формула Бернулли - Особенности применения формул теории вероятности при решении задач -Равномерное распределение; Оценки параметров распределения
4	Контрольная работа	1	

При отработке навыков решения вероятностных задач основной упор был сделан на подготовку школьников к успешной сдаче ЕГЭ. Для этого, кроме задач с классическим определением теории вероятности, использовались более сложные задания. (Приложение 4.)

Перед тем, как проводить отработку практических навыков решения вероятностных задач, со школьниками была рассмотрена теоретическая часть модуля, включавшая следующие блоки:

1. Совместные и несовместные события;

2. Сумма событий.

3. Зависимые и независимые события.

4. Произведение вероятностей.

По окончании рассмотрения тематических вопросов, учащимся предлагалось пройти тестирование в формате ЕГЭ (Приложение 5.)

3.4 Анализ результатов опытно-экспериментальной работы

Работа по программе в экспериментальной группе включала использование современных интерактивных технологий (ИКТ-обучение, проектная деятельность, работа в малых группах, дидактические задачи, проблемные вопросы и задания).

После окончания темы были проведены контрольные работы с использованием стандартных заданий по программному материалу и заданий в формате ЕГЭ, а также – проведена повторная диагностика уровней вероятностного мышления, логического и аналитического мышления, умений устанавливать логико-комбинаторные отношения.

Обработка результатов дала следующие результаты:

Оба ученика решили все 10 задач из приложения №5, в которых были представлены задания из ЕГЭ за 2011-2018 годы.

Таким образом, за 4 недели изучения темы ученикам удалось устранить показатели среднего уровня владения законами теории вероятностей и существенно повысить показатели высокого уровня. Это позволяет сделать вывод об эффективности разработанной программы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В старшем школьном возрасте мышление активно развивается и трансформируется. У школьников формируется мировоззрение, аналитический склад ума, они начинают формулировать суждения и производить умозаключения. При этом ведущую роль играет абстрактно-логическое мышление. Подростки овладевают способностью рассуждать, обосновывать и доказывать собственные мнения и умозаключения. Абстрактно-логическое мышление начинает развиваться с началом изучения широкого круга общеобразовательных предметов, ведущим из которых является математика.

Средствами математического образования удается наиболее эффективно развивать все основные составляющие личности: коммуникативные навыки, обучение в сотрудничестве, инициативность, активность и самостоятельность в поиске решений, логику и структурированность выявленных закономерностей, умение применять полученные знания в реальной жизни, навыки устного счета, классификации и др. Абстрактность и логичность мышления, которая успешно развивается посредством решения задач по теории вероятности помогает школьникам сформировать целостную картину мира, понимание логики происходящих событий, умение объяснять закономерности явлений, в том числе – просчитывать вероятность происхождения события и строить вариативные ряды.

Целью нашей работы стало изучение особенностей преподавания Теории вероятностей в школьном курсе математики и разработка модульной программы, позволяющей формировать ключевые и предметные компетенции учащихся посредством данного тематического блока.

В ходе констатирующего эксперимента нами было выявлено, что степень вероятностного мышления и владения статистическими представлениями и учащихся старших классов находится на среднем уровне. Учащиеся допускают достаточное количество ошибок в умозаключениях, испытывают затруднение в применении вероятностных законов и формул для решения задач.

Система индивидуальных занятий по теме «Элементы теории вероятностей и математической статистики», применявшаяся репетитором по математике в 10

классе в течение 4 недель показала, что посредством разработанной программы и использования современных форм и методов работы по модульной системе можно добиться значительного улучшения показателей.

Результаты контролирующего эксперимента показали существенное повышение уровня вероятностного мышления у старших школьников. Кроме того, повысилась активность и инициативность учащихся, уровень их коммуникативных способностей.

Таким образом, была подтверждена гипотеза исследования: проектирование новой методики преподавания Теории вероятности на старшей ступени общего образования будет успешному развитию ключевых и предметных компетенций учащихся при соблюдении следующих условий:

3. Учета возрастных и индивидуальных особенностей обучения старшеклассников элементам теории вероятностей,

4. Создания структурно-функциональной модели, предполагающей разработку дифференцированного содержания обучения для предоставления возможности реализации каждым учащимся собственных способностей в усвоении материала.

В ходе работы полностью решены задачи и достигнута цель исследования.

Полученные результаты могут быть использованы в системе работы учителей математики средней и старшей школы при изучении темы «Элементы теории вероятностей и математической статистики».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев В., Бородин П., Галкин В., Панферов В., Сергеев И., Тарасов В. Разные стандартные и нестандартные задачи // Математика, 2002. №36. – С. 24-27.

2. Афанасьев, В.В. Школьникам о вероятности в играх. Введение в теорию вероятностей для учащихся 8-11 классов / В.В. Афанасьев, М.А. Суворова. – Ярославль: Академия развития, 2006. – 192 с.

3. Белько, И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи / И.В. Белько, Г.П. Свирид. - Минск: Новое знание, 2007. - 251 с.

4. Бочаров С.П. О путях преодоления типа логических особенностей высшей нервной деятельности учащихся в процессе учебной деятельности: учебное пособие для студ. пед. Вузов /С.П. Бочаров. М., 2003. 300 с.

5. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5-9 кл.: пособие для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2009. – 159 с.

6. Бунимович Е.А, В.А.Булычев, И.Р.Высоцкий и др., О теории вероятностей и статистике в школьном курсе, Математика в школе, №7, Москва, Школьная пресса, 2009, с. 3-13.

7. Буренок И.И., Туйбаева Л.И., Цедринский А.Д. Психолого-педагогические и методические аспекты урока математики. - Славянск - на - Кубани, 2000.- 72с.

8. Вентцель, Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2002. – 445 с.

9. Виленкин, Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. – М.: МЦНМО, 2006. – 400 с.

10. Высоцкий И. В., Ященко И. В. Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики. Математика в школе, 5,2014 4 .Материалы 2-й Международной научной конференции «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе». МПГУ, октябрь, 2014.

11. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 2001.- 400с.

12. Гнеденко Б. В. Об обучении математике в университетах и педвузах на рубеже двух тысячелетий / Б. В. Гнеденко, Д. Б. Гнеденко. - Изд. 3-е, испр. и доп. - Москва : URSS, 2006 (М. : ЛЕНАНД). - 158 с.

13. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З. И. Калмыкова. - М. : Педагогика, 1981. - 200 с.

14. Караулова, Л.В. Математические задачи, как средство формирования профессионально значимых умений студента: дисс. на соискание степени канд. пед. наук / Л.В. Караулова. – Киров, 2004. – 184 с.

15. Колягин Ю.М. Математика : [В 2 ч.] / Ю. М. Колягин, Л. М. Короткова, Н. В. Савинцева ; Негос. образоват. учреждение "Рекорд". - М. : НОУ "Рекорд", 1997.

16. Козубовский В.М. Общая психология: познавательные процессы: учебное пособие/В.М. Козубовский. Минск: Амалфея, 2007. 367 с.

17. Крупич В. И. Методические рекомендации по методике преподавания математики в средней школе / Моск. гос. пед. ин-т им. В. И. Ленина. - Ч. 1 / [Крупич В. И. и др.]. - М. : МГПИ, 1981. - 91 с.

18. Кучугурова Н.Д. Интенсивный курс методики преподавания математики: Учебное пособие. – Ставрополь: Изд-во СГУ, 2001. – 231 с.

19. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Суворова С.Б., Нешков К.И. Алгебра. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. — М.: Просвещение, 2008.

20. Матальский, М.А. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие / М.А. Матальский, Т.В. Романюк. – Гордно: ГрГУ – 2002. – 248 с.

21. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника. – М.: Педагогика, 1989. – 180 с.

22. Методика и технология обучения математике. Курс лекций Пособие для вузов / Под научн. Ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.

23. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. М.; ФИЗМАТЛИТ, 2007.

24. Митенева С.Ф. Методические особенности обучения учащихся решению нестандартных задач // Вестник ЧГПУ. 2010. №5. С. 126-135.

25. Немов Р.С. Психология : В 3 кн. / Р. С. Немов. - 3-е изд. - М. : Гуманитар. изд. центр "ВЛАДОС", 1998- 686 с.

26. Пойа, Д. Математическое открытие [Текст] : Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа - Пер. с англ. В. С. Бермана ; Под ред. И. М. Яглома. - Москва : Наука, 1970. - 452 с.

27. Сабурова, Т.Н. Теория вероятностей: Вероятностное пространство. Условная вероятность. Независимость событий: Учебное пособие№ 2009 / Т.Н. Сабурова, Е.В. Шишкова. - М.: МИСиС, 2011. - 68 с.

28. Сухомлинский В.А. Об умственном воспитании. – 1983 – 229 с.

29. Тихомиров О. К. Психология мышления : Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению и специальностям психологии / О.К. Тихомиров. - М. : AKADEMIA, 2002. – 287.

30. Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Элементы статистики и вероятность: учебное пособие для учащихся 7—9 классов общеобразовательных учреждений. — М.: Просвещение, 2004.

31. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика. — М.: Московские учебники, 2008.

32. Федосеева З. Р. Формирование понятия вероятности в курсе математики основной школы // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. 2012. №3.

33. Федосеев В.Н. Элементы теории вероятностей для IX классов средней школы. - //Математика в школе.-2002.- № 5.- с.34 - 40.

34. Фридман, Л. М. Сюжетные задачи по математике : История, теория, методика : Учеб. пособие для учителей и студентов пед. вузов и колледжей / Л.М. Фридман. - М. : Шк. Пресса, 2002. - 204

35. Холодная М.А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования: учебное пособие/М.А.Холодная. СПб.: Питер, 2002. 392 с.

36. «Чистая» и прикладная математика // https://function-x.ru/probabilities1.html

37. Нормативные документы об образовании в России // Гарант - https://edu.garant.ru/education/law/

38. Федеральные государственные образовательные стандарты // http://fgos.ru/

Приложение 1

ТЕСТ «Логичность умозаключений»

Шкалы: уровень развития логического мышления

ЦЕЛЬ: Диагностика уровня развития логического мышления.

Инструкция к тесту

Испытуемым предъявляются на слух задания. В каждом задании два связанных между собой суждения и вывод-умозаключение. Некоторые умозаключения правильны, а другие заведомо неправильны. Требуется определить, какие выводы правильны, а какие ошибочны. Время обдумывания каждого задания – 10 секунд.

ТЕСТ

1. Все металлы проводят электричество. Ртуть – металл. Следовательно, ртуть проводит электричество.
2. Все арабы смуглы. Ахмед смугл. Следовательно, Ахмед – араб.
3. Некоторые капиталистические страны – члены НАТО. Япония – капиталистическая страна. Следовательно, Япония – член НАТО.
4. Все Герои Советского Союза награждались орденом Ленина. Иванов награжден орденом Ленина. Следовательно, Иванов – Герой Советского Союза.
5. Лица, занимающиеся мошенничеством, привлекаются к уголовной ответственности. Петров мошенничеством не занимался. Следовательно, Петров не привлекался к уголовной ответственности.
6. Все студенты высшей школы изучают логику. Смирнов изучает логику. Следовательно, Смирнов – студент вуза.
7. Некоторые работники 2-го управления – юристы. Фомин – юрист. Следовательно, Фомин – работник 2-го управления.
8. Все граждане России имеют право на труд. Иванов – гражданин России. Следовательно, Иванов имеет право на труд.
9. Все металлы куются. Золото – металл. Следовательно, золото куется.
10. Когда идет дождь – крыши домов мокрые. Крыши домов мокрые.

Следовательно, идет дождь.

11. Все коммунисты выступают против войны. Джонс выступает против войны. Следовательно, Джонс – коммунист.

12. Все коренные жители Конго – негры. Мухамед – негр. Следовательно, Мухамед – житель Конго.

13. Все студенты 3-го курса выполнили нормы ГТО второй ступени. Володя выполнил норму ГТО второй ступени. Следовательно, Володя – студент 3-го курса.

14. Некоторые капиталистические страны входят в состав Общего рынка. Австрия – капиталистическая страна. Следовательно, Австрия входит в состав Общего рынка.

Приложение 2

Самостоятельная работа « Решение комбинаторных задач»

Задача 1: У Незнайки 2 конверта – обычный и авиа и 3 марки – прямоугольная, квадратная треугольная. Сколькими способами он может выбрать марку, чтобы отправить письмо?

Задача 2: У кролика 2 табуретки: красная и зеленая. К нему пришли в гости Винни -Пух и Пятачок. Сколькими способами можно рассадить гостей?

Задача 3: Сколько существует вариантов для того, чтобы разместить на подоконнике цветы – ромашку, фиалку, гвоздику в разной последовательности?

Задача 4: Учащиеся изучают 3 предмета. В понедельник у них 2 урока и оба разные. Сколькими способами можно составить расписание?

Задача 5: В городе проводится первенство по футболу между 6 командами. Сколько состоится матчей?

Задача 6: Сколько различных трехцветных флагов можно сделать, комбинируя синий, красный и белый цвета?

Задача 7: Сколькими различными способами можно избрать из 15 человек делегацию в составе 3 человек?

Задача 8: Из ящика, где находится 15 шаров, нумерованных последовательно от 1 до 15 требуется вынуть 3 шара. Определить число возможных комбинаций при этом?

Задача 9: Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только 1 раз?

Задача 10: Сколькими способами можно разместить 6 пассажиров в четырехместной каюте?

Ответ: размещения из 6 элементов по 2, 360 способами.

Задача 11: Сколькими способами можно выбрать 2 детали из ящика, содержащего 10 деталей?

Задача 12: Сколько различных соединений можно составить из букв слова «МИССИСИПИ»?

Задача 13: Сколькими различными способами можно избрать из 15 человек делегацию в составе 3 человек?

Задача 14: Бригадир должен отправить на работу бригаду из 4 человек. Сколько бригад по 4 человека в каждой можно составить из 13 человек?

Задача 15: При встрече 16 человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Задача 16: Сколько нужно взять элементов, чтобы число размещений из них по 4 было в 12 раз больше, чем число размещений из них по 2.

Задача 17: Группа учащихся в 30 человек пожелала обменяться своими фотокарточками. Сколько всего фотокарточек потребовалось для этого?

Задача18: Сколько различных плоскостей можно провести через 10 точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой и никакие четыре точки не лежат в одной плоскости?

Задача 19: Сколько существует различных семизначных телефонных номеров?

Задача 20: Сколько существует различных семизначных телефонных номеров, если в каждом номере нет повторяющихся цифр?

Приложение 3

Контрольная работа по теории вероятностей

Задача 1. На экзамене 20 вопросов. Таня выучила всего 5. Найдите вероятность того, что девочке попадется выученный вопрос.

Задача 2. В таксопарке всего 30 машин: 10 серебристых, 7 черных, 13 красных. На вызов выехала одна машина. Найдите вероятность того, что к заказчикам приедет красное такси.

Задача 3. В игре были брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков.

Задача 4. Конференция рассчитана на 5 дней. Всего заявлено 86 докладчиков. При этом в первый день – 18 докладов, остальные распределены по остальным дням равномерно. Какова вероятность, что докладчик С. Выступит в последний день конференции?

Задача 5. Кирилл подбросил монету 5 раз. Какова вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Задача 6. В соревновании участвует 15 команд. Необходимо разделить их на их на 3 группы по 5 команд. В ящике для жеребьевки лежат карточки с номерами групп. Капитаны тянут по-очереди по одной карточке. Найти вероятность того, что команда «Спарта» окажется во второй группе.

Задача 7. В магазине 3 банкомата. В каждом из них может не оказаться денег с вероятностью 0,2%, независимо от других. Найдите вероятность того, что хотя бы в одном из банкоматов не будет денег.

Задача 8. Найдите вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 37 до 68 делится на 3.

Задача 9. В классе с численностью 24 человека учатся три подруги: Надя, Катя и Света. Найдите вероятность того, что при распределении по 3 рядам девочки будут сидеть на одном ряду.

Задача 10. За столом рассадили в случайном порядке 5 школьников: 2 мальчиков и 3 девочки. Найдите вероятность того, что мальчики будут сидеть рядом.

Приложение 4

Задачи для домашних работ и работы в классе

по теории вероятностей с решениями

1. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 спортсменов, среди которых 10 участников из России, в том числе Иван Иванов. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Иванов будет играть с каким-либо спортсменом из России?

Решение. Пусть Иван попал в одну из групп, тогда для остальных 9 россиян осталось 75 мест.

P=9/75=0.12

Ответ: 0,12.

2. В группе иностранных туристов 51 человек, среди них два англичанина. Для посещения маленького музея группу случайным образом делят на три подгруппы, одинаковые по численности. Найдите вероятность того, что англичане окажутся в одной подгруппе.

Решение. В каждой подгруппе 17 человек. Будем считать, что один англичанин уже занял место в какой-то подгруппе. Надо найти вероятность того, что второй англичанин окажется в той же подгруппе. Для второго англичанина осталось 50 мест, а в подгруппе -16 мест. Размещения туристов случайны, значит события равновозможны. Поэтому вероятность того, что второй англичанин попадёт в ту же подгруппу:

P=16/50=0.32

Ответ: 0,32.

3. Коля подкинул три монеты. С какой вероятностью они выпали одной стороной?

Решение.

Орёл-О, решка-Р. Все возможные случаи:

ООО, ООР, ОРО, ОРР, РРР, РОР, РРО, РОО. Их восемь. Благоприятных исходов два.

P=2/8

Ответ: 0, 25

4. Какова вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число будет делиться нацело на 190? Ответ округлить до тысячных.

Решение. Количество трёхзначных чисел: 999-99=900. Количество чисел, делящихся на 190: 5 (190, 190·2=380, 190·3=570, 190·4=760, 190·5=950).

P=5/900

Ответ.0,006.

5.В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Закрасим ячейки, где сумма равна 7, их шесть.

P=6/36=0,17.

Ответ. 0,17.

6.Двое военнослужащих на учениях независимо друг от друга проходят полосу препятствий. Для первого вероятность пройти ее равна 0,8, а для второго 0,5. Найдите вероятность того, что они оба не пройдут это испытание.

Решение:

Вероятность того, что первый не пройдёт препятствие: 1-0,8=0,2, а второго : 1-0,5= 0,5. Так как эти события независимы друг от друга, то
P= 0,2·0,5=0,1.
Ответ: 0,1.

7. Миша стреляет в мишень три раза. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что Миша промахнётся все три раза.
Решение. Вероятность того, что Миша промахнётся: 1-0,9 =0,1.Так как три выстрела─ независимые друг от друга события, то P = 0,1·0,1·0,1= 0,001.
Ответ. 0,001.

8.Вероятность того, что Сергей сдаст экзамен по математике, равна 0,99. Вероятность того, что он сдаст экзамен по русскому языку, равна 0,98. Найдите вероятность того, что он сдаст оба эти экзамена.
Решение.
Так как эти события независимы друг от друга, то P=0,99·0,98=0,9702.
Ответ.0,9702.

9. Вероятность того, что телевизор прослужит больше 5 лет равна 0,92.Вероятность того, что телевизор прослужит больше 10 лет равна 0,39. Найдите вероятность того, что он прослужит больше 5, но меньше 10 лет.
Решение.
0,92- 0,39=0,53.
Ответ.0,53.

10.Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (одним из двух выстрелов).

Решение.

P(Á) = 1 - P(A) = 1 - 0,6= 0,4 - вероятность того, что в первый раз стрелок промахнется.

Заметим, что вероятность события C, что стрелок попадет в цель 2-й раз равна 0,6 (так как она не зависит, первый раз стрелок стреляет или второй), то есть P(C) = 0,6.

Получим P(B) = P(Á*C) = 0,4*0,6 = 0,24.

Значит, P(A+B) = 0,6+0,24 = 0,84.

Ответ: 0,84.

11. Две фабрики выпускают одинаковые лампочки. Первая фабрика выпускает 60% лампочек, вторая - 40%. Среди продукции первой фабрики 3% лампочек дефектные, среди продукции второй фабрики - 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется дефектной.

Решение.

По условию задачи первая фабрика выпускает 60% лампочек из 100%. Другими словами она выпускает 60/100 = 6/10 доли от общего производства двух фабрик. Вторая фабрика аналогично выпускает 40% = 40/100 = 4/10 доли от общего числа лампочек. Среди этих 6/10 по условию 3% брака, что значит 3/100 от 6/10, это равно: 3/100 * 6/10 = 18/1000. То есть от всего объема выпущенных лампочек 18/1000 окажутся дефектными с первой фабрики. Аналогично найдем долю дефектных лампочек со второй фабрики: 2/100 * 4/10 = 8/1000. Всего бракованных лампочек с обеих фабрик будет: 18/1000 + 8/1000 = 26/1000 = 0,026. Это и будет равно вероятности того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется дефектной.

Ответ: 0,026.

12. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом**.**

Решение.

«Фиксируем» одну из девочек на одном из стульев. Благоприятной ситуацией для нас будет посадка второй девочки на один из двух стульев, стоящих рядом со стулом, занятым первой девочкой. Всего свободных стульев для второй девочки – 4.Итак, вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом есть , то есть 0,5.

Ответ: 0,5

13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

A = {кофе закончится в первом автомате}

B = {кофе закончится во втором автомате}

C = A U B = {кофе закончится хотя бы в одном автомате}

По условию: P(A) = P(B) = 0,2, P(A ∩ B) = 0,16

По смыслу задачи события A и B являются
совместными. Имеем:

P(C) = P(A U B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B) =

= 0,2 + 0,2 – 0,16 = 0,24.

P(A U B) = 1 – 0,24 = 0,76.

Ответ: 0,76

14. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а во втором хозяйстве – 30% яиц высшей категории. Всего высшей категории получается 54% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из второго хозяйства.

Решение.

Составим уравнение: 0,6·(1-x) + 0,3·x = 0,54

0,6-0,6x+0,3x=0,54

-0,3x= -0,06

x=0,2

Ответ: 0,2

15. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 6, не дойдя до отметки 9 часов.

Решение.

На циферблате между шестью и девятью часами располагаются три часовых деления.

Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна:

P=3/12=0,25

Ответ: 0,25.

16*. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение.

Джон хватает пристрелянный револьвер (вероятность этого 0,4) и промахивается (вероятность 1-0.9=0,1). Вероятность этого события 0,4*0,1=0,04

Джон хватает непристрелянный револьвер (вероятность этого 0,6) и промахивается (вероятность 1-0,3=0,7). Вероятность этого события 0,6*0,7=0,42

Искомая вероятность есть:

0,04+0,42=0,46

Ответ: 0,46.

17*. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 3 августа погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение.

Возможны следующие события (при условии, что 3 августа хорошая погода):

A) XXXX *E) XOOX*

B) XOXX *F) XXOO*

C) XXOX *J) XOOO*

D) XXXO *H) XOXO*

(«X» – «хорошая погода», «O» – «отличная погода»)

Интересующие нас события (6 августа – отличная погода): D, F, J, H.

Событие D: XXXO произойдет с вероятностью 0,8*0,8*0,2=0,128

Событие F: XXOO произойдет с вероятностью 0,8*0,2*0,8=0,128

Событие J: XOOO произойдет с вероятностью 0,2*0,8*0,8=0,128

Событие H: XOXO произойдет с вероятностью 0,2*0,2*0,2=0,008

Тогда вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода есть 3*0,128+0,08=0.392

Ответ: 0,392.

18*. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение.

Переформулируем вопрос задачи:

Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность промаха была бы меньше 0,02?

При одном выстреле вероятность промаха – 0,6.

При двух выстрелах вероятность промаха –0,6*0,4=0,24 (первый выстрел – промах и второй выстрел – промах).

При трех выстрелах вероятность промаха –0,6*0,4*0,4=0,096

При четырех выстрелах вероятность промаха –0,6*0,4*0,4*0,4=0,0384

При пяти выстрелах вероятность промаха –0,6*0,4*0,4*0,4*0,4=0,01536

Замечаем, что . 0,01536<0,02

Итак, пяти выстрелов достаточно, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98.

Ответ: 5.

19***.*** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ дает положительный результат. Найдите вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, действительно болен гепатитом. Ответ округлите до тысячных.

Решение.

Пусть р – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, действительно болен гепатитом.

Тогда (1-р) – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, не болен гепатитом.

Так как по условию задачи у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ дает положительный результат, то Р*0,9+(1-р)*0,01=0,06

0,9р-0,01р=0,05

0,89р=0,05

Ответ: 0,056.

Приложение 5

Тест из заданий ЕГЭ по математике

1. В партии из 800 шлакоблоков есть 14 бракованных. Мальчик выбирает наугад один шлакоблок из этой партии и бросает его с восьмого этажа стройки. Какова вероятность, что брошенный шлакоблок окажется бракованным?

2. Экзаменационный сборник по физике для 11 класса состоит из 75 билетов. В 12 из них встречается вопрос о лазерах. Какова вероятность, что ученик Степа, выбирая билет наугад, наткнется на вопрос о лазерах?

3. На чемпионате по бегу на 100 м выступают 3 спортсмена из Италии, 5 спортсменов из Германии и 4 — из России. Номер дорожки для каждого спортсмена определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что на второй дорожке будет стоять спортсмен из Италии?

4. В магазин завезли 1500 бутылок кефира. Известно, что 9 из них — просроченные. Найти вероятность того, что Петя, выбирающий одну бутылку наугад, в итоге купит именно просроченную.

5. В городе работают 120 офисов различных банков. Бабуля выбирает один из этих банков наугад и открывает в нем вклад на 100 000 рублей. Известно, что во время кризиса 36 банков разорились, и вкладчики этих банков потеряли все свои деньги. Какова вероятность того, что бабуля не потеряет свой вклад?

6. На Киевском вокзале в Москве работают 28 окон билетных касс, рядом с которыми толпятся 4000 пассажиров, желающих купить билеты на поезд. По статистике, 1680 из этих пассажиров неадекватны. Найти вероятность того, что кассиру, сидящему за 17-м окном, попадется неадекватный пассажир (учитывая, что пассажиры выбирают кассу наугад).

7. Банк «Русский стандарт» проводит лотерею для своих клиентов — держателей карт Visa Classic и Visa Gold. Будет разыграно 6 автомобилей Nissan Juke, 1 автомобиль Porsche Cayenne и 473 телефона iPhone 7. Известно, что менеджер Вася оформил карту Visa Classic и стал победителем лотереи. Какова вероятность, что он выиграет автомобиль Nissan Juke, если приз выбирается наугад?

8. Во Владивостоке отремонтировали школу и поставили 1200 новых пластиковых окон. Ученик 11-го класса, который не хотел сдавать ЕГЭ по математике, нашел на газоне 45 булыжников и начал кидать их в окна наугад. В итоге, он разбил 45 окон. Найти вероятность того, что окно в кабинете директора окажется не разбитым.

9. На американский военный завод поступила партия из 9000 поддельных микросхем китайского производства. Эти микросхемы устанавливаются в электронные прицелы для винтовки М-16. Известно, что 8766 микросхем в указанной партии неисправны, и прицелы с такими микросхемами будут работать неправильно. Найти вероятность того, что наугад выбранный электронный прицел работает правильно.

10. Бабуля хранит на чердаке своего загородного дома 2400 банок с огурцами. Известно, что 870 из них давно протухли. Когда к бабуле приехал внучек, она подарила ему одну банку из своей коллекции, выбирая ее наугад. Какова вероятность того, что внучек получил банку с тухлыми огурцами?