МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

«Методические основы решения задач на работу и движение в основной школе»

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика»

Проверка на объем заимствований:
_____% авторского текста

Выполнил:
Студент группы ЗФ-513/087-5-1
Штеле Марина Леонидовна

Работа рекомендована к защите
«__» ____ 2019 г.
И.о. зав. кафедрой МиМОМ
_____Шумакова Е.О.

Научный руководитель:
доцент кафедры математики и методики обучения математики
Коржакова Светлана Васильевна

Челябинск
2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……2

ГЛАВА I. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

1.1Общие вопросы методики обучения решения текстовых задач…….....5

1.2. Анализ школьных учебников по изложению темы «Сюжетные задачи на работу и движение……9

1.3. Анализ ОГЭ по включению темы «Сюжетные задачи на работу и движение……..14

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАБОТУ И ДВИЖЕНИЕ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

2.1.Типизация задач «на движение» и методика их решения…….19

2.2 Типизация задач «на работу» и методика их решения……..57

2.3 Факультатив по теме: «Сюжетные задачи на работу и движение»….69

ЗАКЛЮЧЕНИЕ……77

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ……

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важных вопросов методики преподавания математики является вопрос формирования у учащихся умений и навыков решения текстовых задач. В процессе обучения математике задачи выполняют разнообразные функции. Задачи являются эффективным и незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики. Велика роль задач в развитии мышления и в математическом воспитании учащихся, в формировании у них умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач способствует достижению целей, которые ставятся перед обучением математике.

В ФГОС ООО в пункте «Математика» говорится, о знаниях и умениях на базовом уровне, ученики должны: «решать текстовые задачи, умение действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы». Значит, теме решения задач и задачам на движение и совместную работу должно быть уделено достаточное количество времени. Решение задач на движение и совместную работу является неотъемлемой частью школьного курса математики 5-11 классов.

Правильная методика обучения решению математических задач играет существенную роль в формировании высокого уровня математических знаний, умений и навыков учащихся. В задачах учащиеся знакомятся с новыми понятиями, для развития логического мышления, формирования меж предметных связей. Задачи позволяют применять знания, для решения вопросов, которые возникают в жизни человека.

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития учащегося, степень его усвоения учебного материала.

В данной дипломной работе выделены только два типа сюжетных задач: на работу и движение, потому что один и тот же физический закон описывает суть задачи.

Задачи на движение решаются с помощью формулы S=v· t, здесь S- расстояние, v – скорость, t- время.

В решении задач на работу используется формула: A=p·t. Здесь A — работа, t — время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени.

В школьных учебниках математики во многих темах предлагаются сюжетные задачи. Начинают изучать сюжетные задачи с 4 класса (простые задачи на движение, задачи на встречное движение, задачи на движение в одном направлении, и движение в обратном направлении). В 5-9 классах представлен большой диапазон текстовых задач: движение навстречу друг другу; движение в одном направлении, движение с изменениями в режиме движения, движение по воде; задачи на совместную работу при неизвестном объеме работы; задачи на совместную работу при известном объеме работы; задачи, связанные с изменением режима работы.

Сюжетные задачи встречаются при изучении таких тем, как уравнения, неравенства, многочлены, прямая и обратная пропорциональность, обыкновенные дроби и т.д.

Анализ материалов показал, что данные задачи встречаются в ГИА и ЕГЭ в профильном уровне. Поэтому, данная тема имеет важнейшее значение в обучении математике.

Учитывая вышесказанное, можно считать, что тема дипломной работы актуальна.

Объект исследования – задачи на движение и работу в школьном курсе математики основной школы.

Предмет исследования – методика решения текстовых задач на движение и работу в курсе математики основной школы

Цель: раскрыть методику решения текстовых задач на работу и движение и разработать факультатив по подготовке к решению сюжетных задач в ОГЭ.

Задачи данной работы:

1.Проанализировать школьные учебники и методическую литературу на предмет изложения «сюжетные задачи»

2. Осуществить анализ материалов ОГЭ на содержание текстовых задач на работу и движение

3. Раскрыть методику решения текстовых задач на работу и движение

4. Разработать факультатив «Решение сюжетных задач на работу и движение» для учащихся 9 классов при подготовке к ОГЭ.

Структура работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В первой главе «Общие вопросы методики обучения текстовых задач» рассмотрено понятие «текстовой задачи» и их место в обучении математике. Представлены методы и этапы решения текстовых задач. Проведен сравнительный анализ школьных учебников по математике для общеобразовательных школ, на наличие задач на работу и движение.

Во второй главе «Методика обучения решения задач на работу и движение в школьном курсе математики» рассмотрена методика решения текстовых задач «на движение» и «на работу» с выделением этапов решения и подробным описанием. Предоставлена классификация задач «на движение» и «на работу», а также подробная типизация задач «на движение» по двум основаниям: по типу движения и по виду уравнения, его задающего, и типизация задач на работу по двум основаниям: по режиму работы и по виду уравнения его задающего. Приведены задачи с полным решением и ответом. Представлен факультатив для 9 класса по теме: «Сюжетные задачи на работу и движение» для подготовке к ОГЭ.

ГЛАВА1.ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.

1.1 Общие вопросы методики обучения решения текстовых задач.

Текстовая задача - это описание определенной ситуации, одной или нескольких на обычном языке, где содержится требование дать количественную оценку какого-то компонента указанной ситуации или установить наличие, либо отсутствие определенного отношения между компонентами задачи, может также потребоваться определение вида данного отношения. Решить математическую задачу – это значит найти такую последовательность общих положений математики (теорем, определений, правил, формул, аксиом, законов) которые применяя к следствиям задачи или к ее условию (результатам промежуточного решения) получаем то, что требуется к задаче – ее ответ.

В каждой задаче есть условие (исходные данные), заключение - требование, которое необходимо выполнить, и субъект – это тот, кто выполняет требование. В условии сообщаются сведения об объектах и их величинах, об отношениях между ними, задаются количественные характеристики величин (их численные значения. Требование - это указание, что нужно найти. Оно может быть выражено предложением в повелительной или вопросительной форме.

Методы решения задач

В книге «Методика преподавания математики в средней школе» Л.В.Виноградовой, сказано, что при решении задач применяют следующие методы: математический, алгебраический, геометрический. При решении нестандартных задач можно применить эвристический метод.

Решить задачу арифметическим методом – значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными способами.

Решить задачу алгебраическим методом – это значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение.

Решить задачу геометрическим методом - это значит найти ответ в результате геометрических построений (чертежей, графиков), или при использовании свойств геометрических фигур.

Этапы решения текстовых задач

Изучение методической литературы позволило выделить основные этапы решения задач. Большинство указывают на следующие этапы решения сюжетных задач.

Этап 1. Анализ текста задачи. Переводится текст задачи на «язык ребенка», выделив при этом основные величины, связи между ними.

Цель - выделить объективное содержание, условие и заключение задачи. Результат - краткая запись задачи, которая может быть представлена таблицей, схематическим рисунком, графиками, отрезочными или двумерными диаграммами с определенными краткими пояснениями. По краткой записи можно восстановить текст задачи.

Этап 2. Поиск решения задачи.

Цель – создать план решения задачи. Можно составить письменный текст или схему поиска.

Основные рекомендации для поиска решения математических задач.

1. Прочитав задачу, надо попытаться установить, к какому виду задач она принадлежит.

2. Если вы узнали в ней стандартную задачу, то примените для её решения известное вам общее правило.

3. Если же задача не является стандартной, то следует действовать в двух направлениях:

а) вычленять из задачи или разбивать её на подзадачи стандартного вида (способ разбиения);

б) переформулировать её, свести к задаче стандартного вида (способ моделирования).

4. Для того чтобы легче было осуществлять способы разбиения или моделирования, полезно предварительно построить наглядную вспомогательную модель задачи – её схематическую запись.

Этап 3. Реализация плана решения.

Этап 4. Проверка решения задачи (по смыслу, правильность логических и математических операций). Запись ответа, исследование задачи (другие методы и способы решения). Этот этап предполагает обобщение и систематизацию полученного опыта.

Моделирование в процессе решения задач

Моделирование – один из математических методов познания окружающей действительности, при котором строятся и исследуются модели. Моделирование упрощает процесс познания, так как выделяет и отображает только нужную грань реальности, абстрагируясь от незначимых факторов. Текстовая задача – это словесная модель некоторой реальной ситуации. Чтобы решить задачу, надо первоначально построить ее математическую модель. Математическая модель – это описание реального процесса на математическом языке.

Этапы моделирования в процессе решения текстовой задачи.

I этап– перевод задачи на математический язык.

На первом этапе происходит переход от одной модели к другой: от словесной модели (текстовой задачи) к вспомогательным моделям (рисункам, кратким записям, таблицам и др.), а от них к математической модели задачи (числовым выражениям и уравнениям).

II этап - внутри модельное решение.

На втором этапе находятся значения числовых выражений, решаются уравнения.

III этап – перевод полученного решения на естественный язык.

На третьем этапе происходит интерпретация результатов, используя полученное решение, формулируется ответ на вопрос, поставленный в задаче.

В зависимости от используемых средств модели можно разделить на схематизированные и знаковые.

К **схематизированным моделям** относятся:

- *вещественные* (обеспечивающие физическое действие с предметами, описанными в задаче),

- *графические* (рисунки, условные рисунка, чертежи, схемы).

К знаковым моделям относятся:

- *словесные* (выполненные на естественном языке: краткие записи, таблицы),

- *математические* (запись при помощи математических знаков: числовые выражения или уравнения)

Применение вещественных моделей дает возможность осмыслить задачу и решить ее практическим методом. Графические модели можно использовать для правильного выбора действия и формирования общего умения решать задачи.

1.2 Анализ школьных учебников по изложению темы

«Сюжетные задачи на работу и движение»

При проведении сравнительного анализа школьных учебников по изложению темы «Сюжетные задачи на работу и движение», были использованы учебники следующих авторов: Н.Я Виленкин, И.И.Зубарева, Г.В.Дорофеев, Ш.А.Алимов, Ю.Н.Макарычев (под редакцией Теляковского). При анализе рассматривались те темы, в которых представлены сюжетные задачи, и типам уравнений, с помощью которых эти задачи решаются.

Сравнительный анализ школьных учебников по изложению темы «Сюжетные задачи на работу и движение»

Таблица1

Класс	**Авторы учебников и анализ этих учебников**		
5 класс	**«Математика» Н.Я.Виленкин, В.И.Жохов и др.,2018**. В учебнике приведены задачи на движение в одном направлении, навстречу друг другу, задачи на работу, задачи на движение по воде. Задачи решаются с помощью линейных уравнений.	**«Математика» Зубарева И.И., Мордкович А.Г., 2013.** Сюжетные задачи на движение встречаются практически в каждом параграфе. Задач на работу очень мало. Задачи решаются с помощью линейных уравнений	**«Математика»Г. В.Дорофеев,И.Ф. Шарыгин и др.,2017** Сюжетные задачи представлены в виде отдельных тем «Задачи на движение», «Задачи на совместную работу». Задачи, учащиеся решают без введения понятия

			уравнения.
6 класс	**«Математика» Н.Я.Виленкин, В.И.Жохов и др.,2013**. В каждой теме имеются задачи на работу и движение. В главе «Обыкновенные дроби» задачи решаются без составления уравнения. В главе «Рациональные числа» .Задачи решаются с помощью линейных уравнений.	**«Математика» Зубарева И.И., Мордкович А.Г., 2014.** Задачи на работу и движение приведены в каждой теме. Задачи решаются с помощью линейного уравнения.	**«Математика» Г.В.Дорофеев,И. Ф.Шарыгин и др.,2017** Приведены задачи на движение навстречу друг другу и в одном направлении, имеются задачи на движение по воде. Задач на работу очень мало. Задачи учащиеся решают без введения понятия уравнения.
7 класс	**«Алгебра» Г.В.Дорофеев, И.Ф.Шарыгин и др.,2014 год** Задачи на движение представлены в теме «Многочлены». Задачи на работу встречаются в темах: «Многочлены», «Прямая и	**«Алгебра» Ю.Н.Макарычев,Н. Г.Миндюк и др., Под ред. С.А.Теляковского, 2013.** Практически в каждой теме учебника	**«Алгебра» Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин и др.,2011** Сюжетные задачи на работу и движение представлены в конце учебника

	обратная пропорциональность». Задачи решаются с помощью линейных уравнений.	присутствует все разнообразие сюжетных задач. Задачи решаются с помощью линейных уравнений.	для внеклассной работы.
8 класс	**Алгебра» Г.В.Дорофеев, И.Ф.Шарыгин и др.,2016 год** Сюжетные задачи на работу и движение представлены в главе 1 «Алгебраические дроби». Глава 3 «Квадратные уравнения». Глава 4 «Системы уравнений». Задачи сводятся к решению дробно- рациональных уравнений, а также к решению квадратных уравнений.	**«Алгебра» Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк и др., Под ред. С.А.Теляковского, 2013.** Задачи на движение в одном направлении, навстречу друг другу, движение по воде, с изменениями движений, задачи на работу приведены практически во всех темах. Задачи решаются с помощью дробно - рациональных уравнений, квадратных уравнений.	**«Алгебра» Н.Я. Виленкин, А.Н.Виленкин и др ,2010.** Задачи на работу и движение встречаются в таких главах как: «Дроби», «Многочлены», «Формулы сокращенного умножения », «Решение неравенств». Задачи решаются с помощью дробно - рациональных уравнений, и квадратных уравнений.
9	**Алгебра» Г.В.Дорофеев,**	**Алгебра»**	**«Алгебра» Н.Я.**

класс	**И.Ф.Шарыгин и др.,2016 год** Представлены задачи на движение, которые сводятся к решению квадратных и дробно- рациональных уравнений.	**Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк и др., Под ред. С.А.Теляковского, 2013.** В учебнике задачи на движение и работу встречаются в дополнительных упражнениях к главе 1, в главе 2 «Уравнения и неравенства с одной переменной», в главе 3 «Уравнения и неравенства с двумя переменными», в упражнения для повторения курса 7-9 классов. Задачи решаются с помощью дробно - рациональных уравнений и квадратных уравнений.	**Виленкин, А.Н.Виленкин и др ,2010.** Задачи навстречу друг другу приведены в следующих темах: «Уравнения, неравенства и их системы».

Выводы: В-пятых, шестых и седьмых классах задачи решаются с помощью линейных уравнений, а в восьмом и девятом классе задачи решаются с

помощью квадратных, дробно - рациональных уравнений, а также систем уравнений.

Содержание темы «Сюжетные задачи на работу и движение» в школьных учебниках перечисленных авторов

Классы / Авторы	5	6	7	8	9
Н.Я.Виленкин	+	+		-	-
И.И.Зубарева	-	-			
Г.В.Дорофеев	+	+	+	+	+
Ш.А. Алимов			+		
Ю.Н. Макарычев			+	+	+

Значком «+» обозначены те учебники, в которых сюжетные задачи представлены практически в каждой теме. Значком «-» обозначены учебники, в которых мало уделяется внимания сюжетным задачам. Пустыми ячейками обозначены учебники, которые не рассматривались.

В учебниках математики для 5класса и 6 класса авторов Н.Я. Виленкина, В.И.Жохова, а также авторов Г.В.Дорофеева, Ф.Шарыгина задачи на работу и движение распределены по всему учебному материалу. В данных учебниках задачи содержатся в каждом параграфе.

В учебнике Зубаревой И.И., Мордковича А.Г. для 5 класса задачи на движение представлены только для ознакомления.

Проведя анализ учебников алгебры для 7,8,9 классов, можно сказать, что количество задач на работу и движение сократилось. Наиболее полно представлены задачи на работу и движение в учебнике алгебры автора Ю.М. Макарычева, Н.Г.Миндюк и др., под редакцией С.А.Теляковского.

1.3 Анализ задач ОГЭ (ГИА) по теме исследования

Рассмотрим текстовые задачи на движение и работу за 9 класс по алгебре, входящие в систему государственной (итоговой) аттестации.

Стандартный тест ОГЭ (ГИА-9) содержит две части. В первой части 3 модуля: Алгебра (8 задач), Геометрия (5 задач), Реальная математика (7 задач). Во второй части 2 модуля: Алгебра (3 задачи) и Геометрия (3 задачи). Представим основные виды задач на движение и работу, используемые в заданиях ОГЭ (ГИА). Данные виды задач используются во 2 части – задание 22.

Приведем примеры встречающихся задач на работу и движение в материалах ОГЭ:

ОГЭ 2014.

22: Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 16 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного на 15 км/ч больше скорости другого?

22: Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 18 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

ОГЭ 2015

22: Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 120 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

22: Два автомобиля одновременно отправляются в 950- километровый пробег. Первый едет со скоростью на 18 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

ОГЭ 2016

22: Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 54 км/ч, а вторую – со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

22: Моторная лодка прошла против течения реки 221 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

ОГЭ 2017

22: По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 1700 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 6 минутам.

22: Первая снегоуборочная машина может убрать улицу за 1 ч, а вторая — за 75% этого времени. Вторая машина приступила к работе спустя некоторое время после того, как начала работать первая. Затем они вместе закончили работу за 15 мин. На сколько минут позже первой машины вторая машина приступила к работе?

ОГЭ 2018

22: Насос может выкачать из бассейна 2/3 воды за 7,5 мин. Проработав 9 мин, насос остановился. Найдите вместимость бассейна, если после остановки насоса в бассейне осталось еще 20 $м^3$ воды.

22: Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

ОГЭ 2019

22: Расстояние между пристанями А и В равно 108 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 50 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

22: Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 105 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

Вывод: В экзаменационных вариантах ОГЭ разных лет представлены задания по курсу математики основной средней школы. Как показал анализ материалов ОГЭ, текстовые задачи встречаются в заданиях уже не первый год. Поэтому решение текстовых задач в школьном курсе математики играет важную роль, как для младших школьников, так и для старшеклассников.

Выводы по первой главе

В данной главе получен следующий результат:

1.Рассмотрены общие вопросы методики обучения решения текстовых задач.

2. Выполнен анализ школьных учебников и материалов ОГЭ по математике для общеобразовательных школ, на наличие задач на движение и работу.

ГЛАВА2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАБОТУ И ДВИЖЕНИЕ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

2.1.Типизация задач «на движение» и методика их решения

В методической литературе обычно выделяют следующие виды текстовых задач на движение:

- задачи на встречное движение;
- задачи на движение в одном направлении;
- задачи на движение в разных направлениях;
- задачи на движение по водоему (в стоячей воде, по течению реки, против течения реки).
- движение по окружности

Задачи на движение включает три величины: скорость, время, расстояние, которые связаны пропорциональной зависимостью.

Рассматривая классификацию задач на движение, необходимо отметить следующее: различают простые и составные задачи на движение .

Составные задачи на движение подразделяют на:

- задачи на движение в одном направлении,
- задачи на сближение объектов,
- задачи на удаление объектов,
- задачи на движение по реке.

Кроме того, некоторые задачи на движение могут рассматриваться как:

- задачи на нахождение четвертого пропорционального;
- задачи на нахождение неизвестного по двум разностям;
- задачи на пропорциональное деление.

Представим ниже в виде схемы, какие методы решения текстовых задач на движение используется в курсе математики основной школе

Схема№1

Задачи на движение

5-6 класс
Понятия, основные термины,

7 класс
Алгебраический метод, основы

8 класс
Логический и геометрический метод

9 класс
Алгоритмический метод, подготовка к ОГЭ

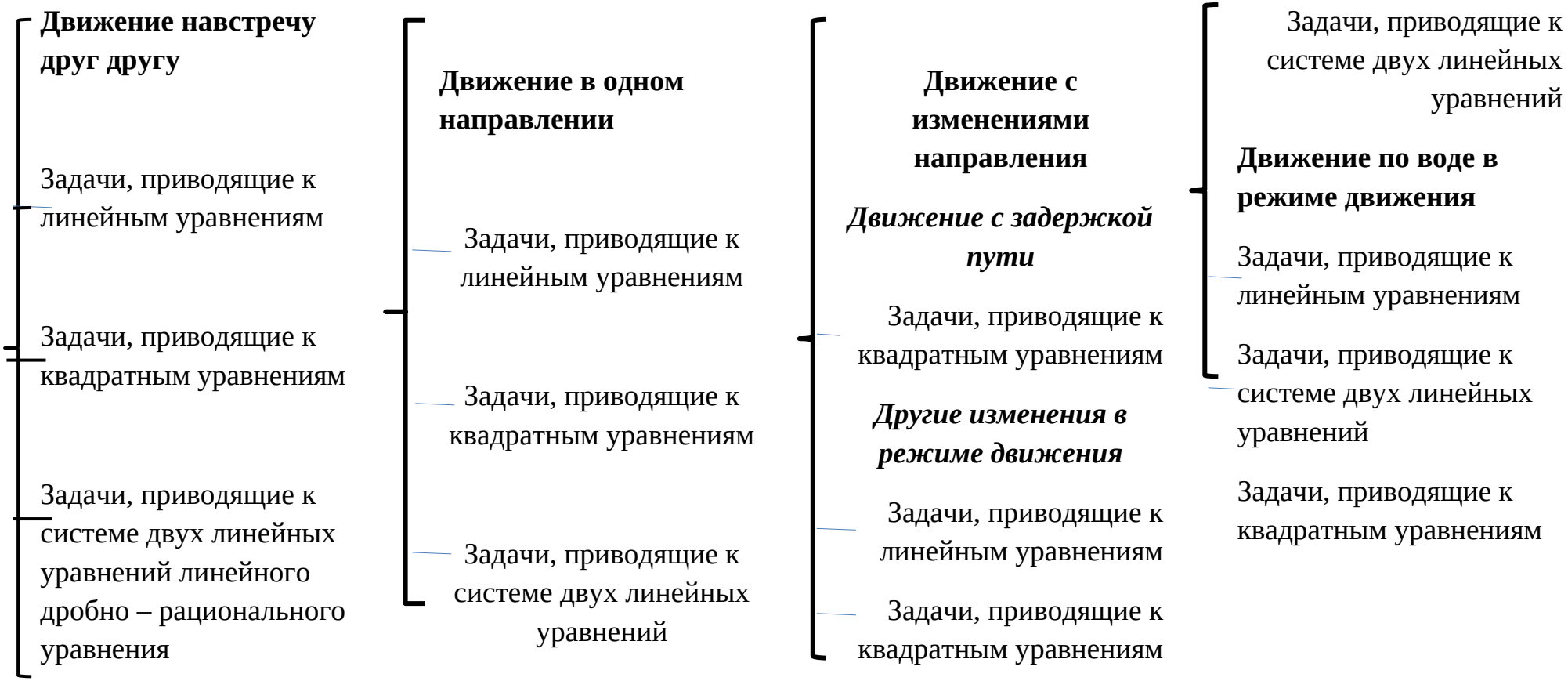
Как видно из схемы 1, все методы решения задач рассчитаны на определенные знания школьников.

К задачам на движение относятся задачи, в которых говорится о трех величинах: пути (S), скорости (v), времени(t). $S = v \cdot t$ (расстояние равно скорости, умноженной на время) - это формула пути. Она устанавливает зависимость между тремя основными величинами, характерными для движения любого объекта.

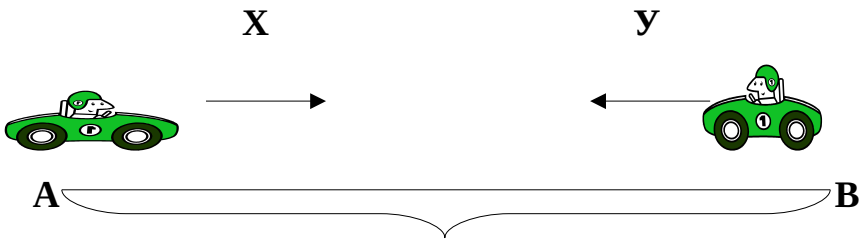
При выполнении задач на движение для их решения удобно записывать данные условия в виде таблицы (скорость – время – расстояние) и использовать схемы, которые отражают процесс движения.

Рассмотрим более подробно методику решения этих задач

Основные типы задач «на движение» по виду уравнения



1.Движение на встречу друг другу



S

Задачи на встречное движение решаются путем нахождения скорости сближения (эта скорость показывает, на какое расстояние объекты приблизятся друг к другу за одну единицу времени).Если первоначальное расстояние между двумя объектами , движущимися навстречу друг другу со скоростями x и y , равно S, то время t , через которое они встречаются , можно найти из уравнения : x t + y t = S, а именно : $t = \frac{S}{x+y}$

а) Задачи, приводящие к линейным уравнениям

От пристани А отошел теплоход со скоростью 56 км/ч. Через 45 мин от пристани В навстречу ему отошел второй теплоход, скорость которого 36 км/ч. Через какое время они встретятся , если расстояние между пристанями А и В равно 204 км?

Решение.

1.Анализ текста в задачи.

Задача на движение, которое характеризуется тремя величинами – расстояние, скорость и время. Два теплохода двигаются навстречу друг другу. Известно расстояние между пристанями (204 км), и скорости теплоходов (56 км/ч и 36 км/ч). Согласно условию задачи, первый теплоход был в пути 45 минут, до выхода второго теплохода. Требуется узнать, через какое время они встретятся.

Краткий анализ задачи полезно представить с помощью таблицы.

		Одновременное движение теплоходов	
	1 теплоход	1 теплоход	2 теплоход
S (путь)	?	?	?
V(скорость)	56 км\ч	56 км/ч	36 км/ч
T (время)	$45\ мин = \frac{3}{4} час$	t встреч-?	t встреч-?

2.Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу составим уравнение. Введем переменную. Обозначим t встреч. = x ч. Применив формулу пути S = V · t, и используя то, что первый теплоход был в пути 45 мин=3/4 час, до выхода второго теплохода, составим уравнение. Из условия известно, что расстояние между пристанями A и B составляет 204 км. Учитывая то, что расстояние между пристанями, равно сумме расстояний, пройденных теплоходами до встречи, составляем уравнение:

$$56 \cdot \frac{3}{4} + 45x + 36x = 204.$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим уравнение.

$$56 \cdot \frac{3}{4} + 45x + 36x = 204;$$ *приводим подобные слагаемые*

$$42 + 81x = 204$$

$$81x = 204 - 42$$

$81x = 162$; разделим обе части на 81

$x = \frac{162}{81}$

$x = 2(ч)$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти время движения до встречи теплоходов:

x = 2(ч)> 0. При подстановке числа в исходное уравнение получим верное ч *исловое* равенство:

$56 \cdot \frac{3}{4} + 45 \cdot 2 + 36 \cdot 2 = 204$

$204 = 204$

Ответ: через 2 часа теплоходы встретятся.

б) Задачи, приводящие к квадратным уравнениям.

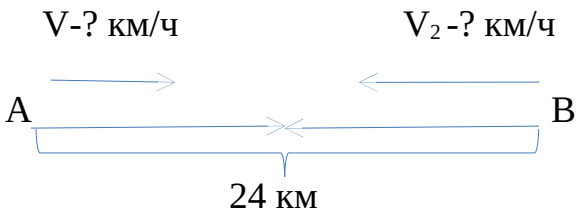
Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 24 км, выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость первого, который выехал на 20 мин раньше второго, на 6 км/ч меньше скорости второго. Встретились велосипедисты на середине пути. Найдите скорость каждого велосипедиста.

Решение.

1. Анализ текста задачи.

   В задаче речь идет о движении, которое характеризуется тремя величинами: скорость, время, и расстояние. Велосипедисты двигаются навстречу друг другу. Из условия задачи известно, что первый велосипедист выехал на 20 мин раньше второго, и его скорость на 6 км/ч меньше, скорости второго велосипедиста. Расстояние между пунктами равно 24 км. Встретились велосипедисты на середине пути. Требуется найти скорость каждого велосипедиста.

Для оформления краткой записи задачи выполним схематический чертеж.



Из схемы видно, что велосипедисты встретились на середине пути.

2.Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу составим уравнение. Введем переменную.

Пусть x (км/ч) – скорость второго велосипедиста, тогда (x-6) (км/ч) - скорость первого велосипедиста; $\frac{12}{x}(час)$ – время в пути второго велосипедиста, $\frac{12}{x-6}(час)$ – время в пути первого велосипедиста.

По условию задачи известно, что первый велосипедист находится в пути до встречи на $20\ мин=\frac{1}{3}(час)$ больше второго т.е $\frac{12}{x-6} > \frac{12}{x}$ на $\frac{1}{3}$, поэтому составляем уравнение: $\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}=\frac{1}{3}$

3.Реализация плана решения задачи.

Приведем полученное уравнение к квадратному уравнению и решим его.

$\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}=\frac{1}{3},$

$\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}-\frac{1}{3}=0,$

$\frac{36x-36(x-6)-x(x-6)}{3x(x-6)}=0, \quad ОДЗ: X\neq 6$

$x^2-6x-216=0$

По теореме Виета: $\begin{cases} x_1+x_2=6, \\ x_1\cdot x_2=216; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=18, \\ x_2=-12. \end{cases}$

$x_2 = -12$ - не удовлетворяет условию задачи.

Значит, скорость второго велосипедиста равна 18 км/ч, а скорость первого велосипедиста, согласно условию задачи равна: 18 – 6 =12 км/ч.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорости двух велосипедистов. Получили ответ : 12 км/ч и 18 км\ч. Оба ответа положительны и удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 12 км/ч, 18 км/ч.

в) Задачи, приводящие к системе двух линейных уравнений.

Два пешехода выходят на встречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4.5 часа после своего выхода.
Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 ч после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

1.Анализ текста задачи

Задача на движение, которое характеризуется тремя величинами: скорость, время, и расстояние. Навстречу друг другу из двух пунктов движутся два пешехода. Из условия задачи известно, что если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4.5 часа после своего выхода. Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 ч после своего выхода. Известно также расстояние между пунктами, оно равно 30 км. Требуется найти скорость каждого пешехода.

Для оформления краткой записи задачи воспользуемся таблицей

		Скорость (км/ч)	Время до встречи (ч)	Расстояние до встречи (км)
1 случай	1 пешеход	?	4,5	?
	2 пешеход	?	2,5	?
Условие для составления уравнения		Расстояние между пунктами 30 км.		
2 случай	1 пешеход	?	3	?
	2 пешеход	?	5	?
Условие для составления уравнения		Расстояние между пунктами 30 км.		

2.Составление плана решения задачи.

Введем переменные: x (км/ч) – скорость первого пешехода, y (км/ч) – скорость второго пешехода.

Рассмотрим первый случай.

Найдем расстояния, пройденные первым и вторым пешеходом. Первый пешеход прошел 4,5x (км), второй пешеход прошел 2,5y (км). Пользуясь условием задачи, что расстояние между пунктами равно 30 км, составляем уравнение: $4{,}5x + 2{,}5y = 30$

Рассмотрим второй случай.

Найдем расстояния, пройденные первым и вторым пешеходом. Первый пешеход прошел 3x (км), второй пешеход прошел 5y (км). Пользуясь условием задачи, что расстояние между пунктами равно30 км, составляем уравнение: $3x + 5y = 30$

Заполним таблицу, заменив знак «?» на х.

		Скорость (км/ч)	Время до встречи (ч)	Расстояние до встречи (км)
1 случай	1 пешеход	х	4,5	4,5х
	2 пешеход	у	2,5	2,5у
Условие для составления уравнения		Расстояние между пунктами 30 км.		
2 случай	1 пешеход	х	3	3х
	2 пешеход	у	5	5у
Условие для составления уравнения		Расстояние между пунктами 30 км.		

Составляем систему двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4{,}5x + 2{,}5y = 30, \\ 3x + 5y = 30. \end{cases}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим систему уравнений. Систему уравнений решим способом сложения. Для этого умножим первое уравнение на (-2).

$$\begin{cases} 4{,}5x + 2{,}5y = 30 \mid \cdot(-2), \\ 3x + 5y = 30; \end{cases} \quad + \begin{cases} -9x - 5y = -60 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases}$$

$$-6x = -30$$

$$x = 5$$

Подставим во второе уравнение вместо переменной х, ее значение, и найдем переменную у.

$$3 \cdot 5 + 5y = 30$$

$$5y = 15$$

$y = 3$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи

В задаче требовалось найти скорость каждого пешехода. Полученная пара чисел (5,3) является решением системы уравнений.

$$\begin{cases} 4{,}5 \cdot 5 + 2{,}5 \cdot 3 = 30 \\ 3 \cdot 5 + 5 \cdot 3 = 30 \end{cases}$$

Ответ: скорость первого пешехода равна 5 км/ч, скорость второго пешехода равна 3 км/ч.

г) Задачи, приводящие к системе линейного и дробно- рационального уравнений.

Из двух городов, расстояние между которыми равно 270 км, одновременно навстречу друг другу, выходят два поезда и встречаются через 3 часа. На весь путь первый поезд тратит на 1ч 21 мин больше, чем другой. Найдите скорость каждого поезда.

1.Анализ текста задачи

Задача на движение, которое характеризуется тремя величинами: скорость, время, и расстояние. Навстречу друг другу из двух городов движутся два поезда. Время, затраченное каждым поездом до встречи равно 3 часам. Расстояние между городами равно 270 км. Известно, что на весь путь первый поезд тратит на 1ч 21 мин больше, чем другой. Требуется найти скорость каждого поезда.

Для оформления краткой записи задачи воспользуемся таблицей

	Скорость (км/ч)	Время до встречи (ч)	Время в пути (ч)	Расстояние до встречи (км)
Первый поезд	?	3	3	?
Второй поезд	?	3	3	?

2.Составление плана решения задачи.

Введем переменные: x (км/ч) – скорость первого поезда, y (км/ч) – скорость второго поезда.

Согласно условию задачи составим первое уравнение.

Найдем пройденное расстояние до встречи первым поездом и вторым поездом. Для этого воспользуемся формулой S=v·t. Тогда расстояние, пройденное первым поездом до встречи равно 3x (км), а пройденное расстояние до встречи вторым поездом равно 3y (км).

По условию задачи расстояние между городами равно 270 км. Так как сумма расстояний, пройденных первым и вторым поездами равна расстоянию между двумя городами, можно составить уравнение:

$3x+3y=270$

	Скорость (км/ч)	Время до встречи (ч)	Время в пути (ч)	Расстояние до встречи (км)
Первый поезд	x	3	3	3x
Второй поезд	y	3	3	3y
Условие для составления первого уравнения	Расстояние между городами рано 270 км			
Уравнение	3x+3y=270			

Согласно условию задачи составим второе уравнение.

Найдем время, затраченное первым и вторым поездами на весь путь.

Воспользуемся формулой: $t=\frac{S}{v}$

$\frac{270}{x}$ $(час)$ - *время затраченное первым поездом* ,

$\frac{270}{y}$ $(час)$ - *время затраченное вторым поездом*

Из условия задачи известно, что на весь путь первый поезд тратит на 1час 21 мин $=1\frac{7}{20}$ *часа* больше, чем другой.

Составляем уравнение: $\frac{270}{x}-\frac{270}{y}=1\frac{7}{20}$

	Скорость (км/ч)	Время до встречи (ч)	Время в пути (ч)	Расстояние до встречи (км)
Первый поезд	x	3	3	3x
Второй поезд	y	3	3	3y
Условие для составления первого уравнения	Расстояние между городами рано 270 км			
Уравнение	3x+3y=270			
Условие для второго уравнения	$\frac{270}{x} > \frac{270}{y}$ на $1\frac{7}{20}$ *час*			
Уравнение	$\frac{270}{x} - \frac{270}{y} = 1\frac{7}{20}$			

Составляем систему уравнений: $\begin{cases} 3x+3y=270, \\ \frac{270}{x}-\frac{270}{y}=1\frac{7}{20}. \end{cases}$

3.Реализация плана решения задачи.

Решаем систему уравнений с двумя переменными.

$$\begin{cases} 3x+3y=270, \\ \frac{270}{x}-\frac{270}{y}=1\frac{7}{20}; \end{cases}$$

Разделим первое уравнение на 3. Получаем:

$$\begin{cases} x+y=90, \\ \frac{270}{x}-\frac{270}{y}=1\frac{7}{20}; \end{cases}$$

В первом уравнении выразим х через у, а во втором уравнении приведем к общему знаменателю.

$$\begin{cases} x=90-y, \\ \frac{200y-200x-xy}{20xy}=0. \end{cases}$$

Умножим во втором уравнении левую и праву части на 20ху. Получаем:

$$\begin{cases} x=90-y, \\ 200y-200x-xy=0; \end{cases}$$

Подставим во второе уравнение вместо переменной х, ее значение.

$$200\cdot y-200\cdot(90-y)-y\cdot(90-y)=0$$

$$200y-1800+200y-90y+y^2=0$$

$y^2+310y-1800=0$

$D=b^2-4ac$

D =961000+72000=168100, $\sqrt{\ }D$ =410

$$y_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}, \qquad y_1=\ y_2=\frac{-310-\sqrt{168100}}{2}=-360,$$

y_2 = -360 – не удовлетворяет условию задачи

Подставим в первое уравнение вместо переменной у, и найдем ее значение.

$x=90-50=40$

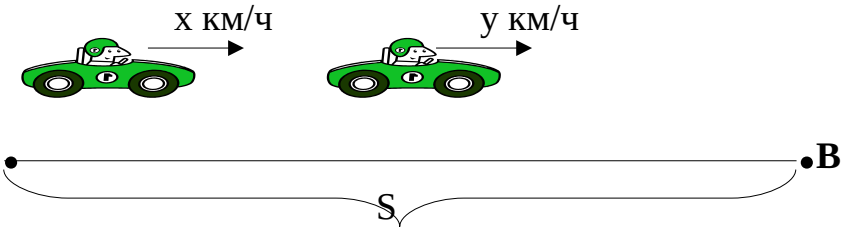
4. Анализ и проверка правильности решения задачи

В задаче требовалось найти скорость каждого поезда. Полученная пара чисел является решением системы уравнений с двумя переменными

$$\begin{cases} 3\cdot 40+3\cdot 50=270, \\ \frac{270}{40}-\frac{270}{50}=1\frac{7}{20}. \end{cases}$$

Итак, полученный ответ не противоречит условию задачи, поэтому записываем ответ: 40 км/ч – скорость первого поезда, 50 км/ч – скорость второго поезда

2. Движение в одном направлении



Если один объект (скорость x) догоняет другой (скорость y), выходя из того же пункта спустя время ***t****, то расстояние* ***s****, на котором произойдет встреча, можно найти из уравнения* $\frac{s}{y}-\frac{s}{x}=t$ *, откуда, в частности,* $S=\frac{txy}{x-y}$

Если первоначальное расстояние между двумя объектами , один из которых (скорость y) догоняет другой (скорость x), равно S, то время t, через которое второй объект догонит первый. Можно найти из уравнения

$$\boldsymbol{ty - tx = S,} \quad m.e \quad t=\frac{S}{y-x}$$

а) Задачи, приводящие к линейным уравнениям

С турбазы в город, отстоящий на расстоянии 50 км, выехал велосипедист. Спустя 2 ч 30 мин вслед за ним выехал другой велосипедист со скоростью, в2,5 раза превышающей скорость первого велосипедиста. Второй велосипедист прибыл в город одновременно с первым. Найдите скорость первого велосипедиста.

1.Анализ текста задачи

Из условия задачи известно: в одном направлении с разными скоростями двигаются два велосипедиста, причем второй велосипедист выехал на 2 час 30 мин позже, чем первый. Второй велосипедист прибыл в город одновременно с первым. Расстояние между турбазой и городом равно 50 км. Требуется найти скорость первого велосипедиста.

Для оформления краткой записи задачи воспользуемся таблицей

	Скорость, км/ч	Время ,ч	Расстояние, км
Первый велосипедист	?	?	50
Второй велосипедист	?	?	50

2.Составление плана решения

Удобнее ввести переменную, затем по условию заполнить таблицу.

Пусть x км/ч – скорость первого велосипедиста, тогда согласно условию задачи, скорость второго велосипедиста будет равна 2,5 км/ч.

Используя формулу $t = \frac{S}{V}$, найдем время, затраченное на весь путь первым велосипедистом: $t = \frac{50}{x}$, $t = \frac{50}{2{,}5\,x}$ – время, затраченное на весь путь, вторым велосипедистом.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
Первый велосипедист	x	$\frac{50}{x}$	50
Второй велосипедист	2.5x	$\frac{50}{2{,}5\,x}$	50

По условию задачи первый велосипедист был в пути на 2 ч 30 мин= 2,5 (ч) больше, чем второй, т.е. $\frac{50}{x} > \frac{50}{2,5x}$ на 2,5 , поэтому составляем уравнение:

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5$$

3.Реализация плана решения.

Решим уравнение.

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5$$

Приравняем к нулю и приведем к общему знаменателю.

$$\frac{125 - 50 - 6,25x}{2,5x} = 0$$

Умножим левую и правую части уравнения на $2,5x$.

$$7,5 - 6,25x = 0,$$

$$x = 12.$$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорость первого велосипедиста. При подстановке числа в исходное уравнение получим верное равенство:

$$\frac{50}{12} - \frac{50}{2,5 \cdot 12} = 2,5;$$

$$2,5 = 2,5.$$

Ответ: 2,5 км/ч – скорость первого велосипедиста.

б) Задачи, приводящие к квадратным уравнениям.

Два автобуса отправились одновременно из города в пионерлагерь, расстояние до которого 72 км. Первый автобус двигался со скоростью, превышающей скорость второго автобуса на 4 км/ч, и прибыл в пионерлагерь на 15 мин раньше, чем второй автобус. Найдите скорость каждого автобуса.

Решение

1.Анализ текста задачи

Из условия задачи известно: одновременно начали движение два автобуса. Скорость первого автобуса на 4 км/ч больше скорости второго автобуса. Расстояние между городом и пионерлагерем равно 72 км. Автобус, скорость которого больше, был в пути на 15 минут меньше. В задаче требуется найти скорость каждого автобуса.

Краткая запись задачи:

S=72 км

I авт. – на 4 км/ч > чем ┐ на 15 мин < был в пути, чем ┐

II авт. - ? км/ч

Найти скорость каждого автобуса.

2.Составление плана решения задачи.

Обозначим: х (км/ч) – скорость второго автобуса, тогда (х + 4) (км/ч) – скорость первого автобуса. Используя формулу $t=\frac{S}{v}$, найдем: $\frac{72}{x}$-время, затраченное вторым автобусом на весь путь, $\frac{72}{x+4}$- время, затраченное на весь путь первым автобусом.

Получаем таблицу:

Автобусы	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км

Первый автобус	x+4	$\frac{72}{x+4}$	72
Второй автобус	x	$\frac{72}{x}$	72

По условию задачи второй автобус был в пути на 15 мин = $\frac{1}{4}$ ч больше, чем первый, т.е. $\frac{72}{x} > \frac{72}{x+4}$ на $\frac{1}{4}$, поэтому составляем уравнение:

$$\frac{72}{x} - \frac{72}{x+4} = \frac{1}{4}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим уравнение:

$$\frac{72}{x} - \frac{72}{x+4} = \frac{1}{4}$$

Перенесем все в одну часть, приравняем к нулю. Приведем к общему знаменателю. Получим:

$$\frac{288x + 1152 - 288x - x^2 - 4x}{4x(x+4)} = 0, \quad ОДЗ: x \neq 0,\ x \neq -4$$

$$x^2 + 4x - 1152 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 16 + 4608 = 4624,\ D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad x_1 = \frac{-4+68}{2} = 32, \quad x_2 = \frac{-4-68}{2} = -36$$

$x_2 = -36$ (не удовлетворяет условию задачи);

x_1 =32 (км/ч) – скорость второго автобуса;

32 4 = 36 (км/ч) - скорость первого автобуса.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

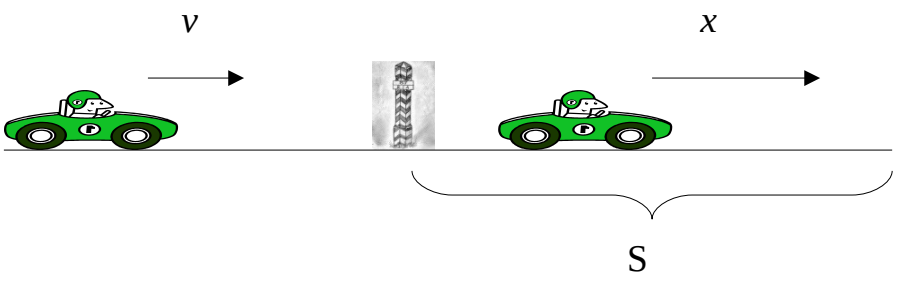
В задаче требовалось найти скорость каждого автобуса: 36 км/ч (> 0),

32 км/ч (> 0). По условию задачи скорость первого автобуса на 4 км/ч больше скорости второго автобуса: 36 – 32 = 4 (км/ч).

Ответ: скорость первого автобуса 36 км/ч, скорость второго автобуса 32 км/ч.

3. Движение с изменениями в режиме движения.

1) Движение с задержкой в пути



*Если на перегоне **S** произошла задержка движения (скорость **v**) на время t, то скорость x, с которой объект должен продолжать движение, чтобы прибыть в пункт назначения вовремя, находится из уравнения:*

$$\frac{S}{v} - \frac{S}{x} = t$$

а) Задачи, приводящие к квадратным уравнениям.

Мотоциклист предполагал проехать расстояние 90 км за определенное время. Проехав 54 км, он должен был остановиться у закрытого шлагбаума на 5 мин. Продолжая движение, он увеличил скорость на 6 км/ч и прибыл к месту назначения в намеченное время. Найти первоначальную скорость мотоциклиста.

1.Анализ текста задачи.

В задаче идет речь о движении с задержкой в пути. По условию задачи, мотоциклист предполагал проехать расстояние 90 км за определенное время,

но проехав 54 км, он задержался у шлагбаума на 5 мин. Поэтому, чтобы прибыть к месту назначения в намеченное время, он увеличил скорость на 6 км/ч. В задаче нужно найти первоначальную скорость мотоциклиста.

Оформим краткую запись задачи с помощью таблицы.

	Скорость, км/ч	Время,ч	Расстояние,км/ч
До остановки	?	$\frac{54}{?}$	54
После остановки	? +6	$\frac{36}{?+6}$	36

2.Составление плана решения задачи.

В задаче требуется найти первоначальную скорость мотоциклиста. Обозначим искомую величину за х – скорость мотоциклиста до остановки, тогда (х+6) км/ч – скорость мотоциклиста после остановки. Воспользуемся формулой $t=\frac{S}{v}$, первоначально найдем время , за которое мотоциклист предполагал проехать расстояние 90 км : $\frac{90}{x}(ч)$.

$\frac{54}{x}(ч)$- время, затраченное велосипедистом до остановки, после остановки.

$\frac{36}{x+6}(ч)$ - время, затраченное велосипедистом после остановки.

Заполним таблицу, заменив знак «?» на х.

	Скорость, км/ч	Время,ч	Расстояние,км/ч
До остановки	х	$\frac{54}{x}$	54
После остановки	х +6	$\frac{36}{x+6}$	36

По условию задачи, мотоциклист задержался у шлагбаума на 5 мин = $\frac{1}{12}ч$.

Составляем уравнение:

$$\frac{54}{x}+\frac{36}{x+6}+\frac{1}{12}=\frac{90}{x}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Преобразуем полученное уравнение в квадратное и решим его.

$$\frac{54}{x}+\frac{36}{x+6}+\frac{1}{12}=\frac{90}{x}$$

$$\frac{54\cdot 12\cdot(x+6)+36\cdot 12x-90\cdot 12\cdot(x+6)}{12x(x+6)}=0$$

$$x^2+6x-2592=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=36+10368=10404,\quad D>0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\qquad x_1=\frac{-6+102}{2}=48,\quad x_2=\frac{-6-102}{2}=-54$$

x_2 = - 54(отрицательный корень не удовлетворяет условию задачи)

x_1 = 48 (км/ч) – первоначальная скорость мотоциклиста.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти первоначальную скорость мотоциклиста.

Получили 48 км/ч (>0).

При подстановке числа в исходное уравнение получим верное равенство:

$$\frac{54}{48}+\frac{36}{48+6}+\frac{1}{12}=\frac{90}{48}$$

$$\frac{9}{8}+\frac{2}{3}+\frac{1}{12}=\frac{45}{24}$$

$$\frac{45}{24}=\frac{45}{24}$$

Ответ: 48 (км/ч) - первоначальная скорость мотоциклиста.

2) Другие изменения в режиме движения

а) Задачи, приводящие к линейным уравнениям

Пешеход с начало шел в гору со скоростью 3 км/ч, а затем спускался с нее со скоростью 5 км/ч. Найдите весь путь, проделанный пешеходом, если дорога в гору на 1 км длиннее спуска, а на весь путь было затрачено 3 ч.

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о пешеходе, который первоначально шел в гору, а затем спускался с нее, при этом дорога в гору на 1 км длиннее спуска. Время, затраченное на весь путь равно 3 часа. Требуется найти весь путь, пройденный пешеходом.

Оформим краткий анализ задачи в виде таблицы со столбцами, отведенными для скорости, времени и расстояния, и со строками на которых режимы движения изменены.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
Подъем в гору	3	$\frac{?+1}{3}$	?+1
Спуск с горы	5	$\frac{?}{5}$	?

2.Составление плана решения задачи

В задаче известно, что путь в гору на 1 км длиннее спуска. Обозначим через х(км) – путь с горы, тогда (х +1) км – путь в гору. Используя формулу $t=\frac{S}{v}$, найдем время, которое пешеход затратил на подъем в гору: $\frac{x+1}{3}$ (ч), время затраченное пешеходом при спуске равно $:\frac{x}{5}$ (ч).

Заполним таблицу, заменив знак «?» на переменную х.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
Подъем в гору	3	$\frac{x+1}{3}$	x+1
Спуск с горы	5	$\frac{x}{5}$	x

По условию задачи, время затраченное на весь путь пешеходом, равно 3 часа. Составим уравнение:

$$\frac{x+1}{3}+\frac{x}{5}=3$$

3.Реализация плана решения задачи.

Преобразуем полученное уравнение в линейное и решим его.

$$\frac{x+1}{3}+\frac{x}{5}=3,$$

$$\frac{5x+5+3x-45}{15}=0,$$

$$8x=40,$$

$$x=5.$$

Итак, путь с горы 5 км, а путь в гору равен 5 + 1 = 6 (км).

Общий путь, пройденный пешеходом равен: 5 + 6 = 11 (км)

4.Анализ и проверка решения задачи.

В задаче требовалось найти общий путь. Время затраченное при подъеме в гору равно : $\frac{6}{3}=2$ (ч), а время затраченное при спуске равно: $\frac{5}{5}=1(ч)$.

Весь путь равен сумме расстояний, которое прошел пешеход. Имеем:

$$2\cdot3+1\cdot5=11$$

11=11

Ответ: 11 км – весь путь, пройденный пешеходом.

б) Задачи, приводящие к квадратным уравнениям

Повысив скорость поезда на 10 км/ч, удалось сократить время на 1 ч, затрачиваемое поездом на прохождение пути в 720 км. Найдите первоначальную скорость поезда.

1.Анализ текста задачи.

В задаче идет речь о движении поезда. Из условия известно, что поезд прошел путь в 720 км со скоростью, превышающий первоначальную на 10 км/ч, что позволило сэкономить 1 час времени. В задаче требуется найти первоначальную скорость поезда.

Для оформления краткой записи, составим таблицу.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
По расписанию	?	$\frac{720}{?}$	720
На самом деле	? + 10	$\frac{720}{?+10}$	720

2.Составление плана решения задачи.

В задаче требуется найти первоначальную скорость. Обозначим ее за х – первоначальная скорость поезда. Тогда, скорость поезда на самом деле равна (х+10) км/ч. Заполним таблицу, заменив знак «?» на х.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
По расписанию	х	$\frac{720}{x}$	720
На самом деле	х + 10	$\frac{720}{x+10}$	720

Составим уравнение. По условию, поезд сэкономил время в пути на 1 час. По формуле $\frac{S}{x}-\frac{S}{x+a}=t$ (где x – первоначальная скорость поезда, $(x+a)$ – скорость поезда на самом деле).

Составляем уравнение: $\frac{720}{x}-\frac{720}{x+10}=1$

3.Реализация плана решения.

Преобразуем полученное уравнение в квадратное и решим его.

$\frac{720}{x}-\frac{720}{x+10}=1;$

$\frac{720x+7200-720x}{x(x+10)}=1$;

$x^2+10x-7200=0$

$D=100+28800=28900,\ D>0.$

$x_{1,2}=\frac{-10\pm170}{2};$

$x_1=-90$ (не удовлетворяет условию задачи)

$x_2=80$ (км/ч) – первоначальная скорость поезда.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти первоначальную скорость поезда. Получили 80 км/ч(>0). При подстановке в исходное уравнение, получим верное числовое равенство:

$\frac{720}{80}-\frac{720}{80+10}=1;$

9 – 8 = 1

1=1.

Ответ: первоначальная скорость поезда равна 80 км/ч.

в) Задачи, приводящие к системе двух уравнений

Путь от поселка до станции идет сначала в гору, а потом под гору, при этом длина всей дороги равна 9 км. Пешеход на подъеме идет со скоростью, на 3 км/ч меньшей, чем на спуске. Путь от поселка до станции у него занимает 2 ч, а обратный путь 2 ч 30 мин. Определите длину подъема со стороны поселка и скорость пешехода на подъеме и спуске.

Решение

1. Анализ текста задачи

В задаче идет речь о движении пешехода от поселка до станции. Пешеход идет первоначально в гору, а потом под гору, при этом длина всей дороги равна 9 км. Из условия известно, что скорость пешехода на подъеме со стороны поселка, меньше чем на спуске, при этом путь от поселка до станции у него занимает 2 ч, а обратный путь 2 ч 30 мин. Требуется определить длину подъема со стороны поселка и скорость пешехода на подъеме и спуске.

Для оформления краткой записи составим таблицу

Путь от поселка до станции	Скорость, км/ч	Путь, км	Время, ч
Подъем	?	?	?
Спуск	?+3	9-?	$\frac{9-?}{?+3}$
Путь от станции до поселка	Скорость (км/ч	Путь (км)	Время (ч)
Подъем	?	9- ?	$\frac{9-?}{?}$
Спуск	?+3	?	$\frac{?+3}{?}$

2. Составление плана решения задачи.

Рассмотрим движение пешехода от поселка до станции.

При подъеме в гору скорость пешехода примем за х (км/ч), а пройденный путь за у (км).

Так как скорость при спуске на 3 км/ч больше, чем при подъеме в гору, то скорость при спуске равна (х + 3) км/ч, а пройденный путь (9 - у) км.

$\frac{y}{x}(ч)$ - *время, затраченное пешеходом при подъеме;*

$\frac{9-y}{x+3}(ч)$ - *время затраченное при спуске.*

Заполним таблицу, заменив знак «?» на х и у.

Путь от поселка до станции	Скорость, км/ч	Путь, км	Время, ч
Подъем	x	y	$\frac{y}{x}$
Спуск	$x+3$	$9-y$	$\frac{9-y}{x+3}$

Из условия задачи, время, затраченное от поселка до станции равно 2 часа.

Исходя из этого, составляем уравнение:

$$\frac{y}{x}+\frac{9-y}{x+3}=2$$

Рассмотрим движение пешехода от станции до поселка.

При подъеме в гору скорость пешехода примем за х (км/ч), а пройденный путь равен (9 - у) км.

Так как скорость при спуске на 3 км/ч больше, чем при подъеме в гору, то скорость при спуске равна (х + 3) км/ч, а пройденный путь равен у (км).

$\frac{9-y}{x}(ч)$ - *время, затраченное пешеходом при подъеме;*

$\frac{y}{x+3}(ч)$ - *время затраченное при спуске.*

Заполним таблицу, заменив знак «?» на х и у.

Путь от станции до поселка	Скорость, км/ч	Путь, км	Время, ч
Подъем	x	$9-y$	$\frac{9-y}{x}$
Спуск	$x+3$	y	$\frac{x+3}{y}$

Из условия задачи, время затраченное от станции до поселка равно2 ч 30 мин $= 2\frac{1}{2}$ часа.

Исходя из этого, составляем уравнение:

$$\frac{9-y}{x}+\frac{y}{x+3}=2\frac{1}{2}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Составим систему уравнений с двумя неизвестными и найдем ее решение.

$$\begin{cases} \frac{y}{x}+\frac{9-y}{x+3}=2, \\ \frac{9-y}{x}+\frac{y}{x+3}=2\frac{1}{2}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{xy+3y+9x-xy-2x^2-6x}{x(x+3)}=0, \\ \frac{(9-y)(2x+6)+2xy-5x(x+3)}{2x(x+3)}=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2+3x+3y=0 \mid \cdot 2, \\ -5x^2+3x+6y+54=0; \end{cases} \qquad + \begin{cases} -4x^2+6x+6y=0 \\ -5x^2-3x+6y+54=0 \end{cases}$$

$$-9x^2+9x+54=0$$

Решаем квадратное уравнение

$-9x^2+9x+54=0 \mid$: (-9)

$x^2-x-6=0$

По теореме Виета: $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ x_1 \cdot x_2=-6; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-2. \end{cases}$

$x_1=3$ (км/ч) - скорость на подъеме. Тогда 3+3=6 (км/ч) – скорость при спуске.

$x_2=-2$ - (не удовлетворяет условию задачи)

Найдем значение у.

$-2 \cdot 9+3 \cdot 3+3y=0$

$y=3$ (км) – длина подъема со стороны поселка.

4.Анализ и проверка решения задачи.

В задаче требовалось определить длину подъема со стороны поселка и скорость пешехода на подъеме и спуске.

Получили: 3 (км/ч) - скорость на подъеме; 6 (км/ч) – скорость при спуске; 3 (км) – длина подъема со стороны поселка. При подстановке чисел в исходную систему уравнений, получим верные числовые равенства.

$$\begin{cases} \frac{y}{x}+\frac{9-y}{x+3}=2, \\ \frac{9-y}{x}+\frac{y}{x+3}=2\frac{1}{2}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{3}{3}+\frac{9-3}{3+3}=2, \\ \frac{9-3}{3}+\frac{3}{3+3}=2\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ответ: 3 (км/ч) - скорость на подъеме; 6 (км/ч) – скорость при спуске; 3 (км) – длина подъема со стороны поселка.

4.Движение по воде.

В задачах на движение по воде рассматриваются две основные скорости:

1.Собственная скорость движущегося объекта (катера, лодки и т.д.), т.е. скорость в стоячей воде.

2. Скорость течения реки.

Если скорость реки и собственная скорость не известны в задаче, то именно их обозначают переменными. Другие скорости можно выразить через основные скорости.

V_c. *- собственная скорость,*

$V_{теч}$. *- скорость течения,*

$V_{\text{по теч.}}$ *- скорость по течению,*

$V_{\text{пр.теч.}}$ *- скорость против течения.*

Тогда можно записать следующие формулы:

$V_{\text{пр. теч}} = V_c - V_{теч}$;

$V_{\text{пр. теч}} = V_c - V_{теч}$.;

а) Задачи, приводящие к линейным уравнениям

Моторная лодка прошла 7 ч по течению и 6 ч против течения. Определите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 10 км/ч, и за все путешествие лодка прошла 132 км.

Решение

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о движении по воде. Движется моторная лодка. Из условия задачи известно, что по течению моторная лодка плывет 7 часов, а против течения 6 часов. Собственная скорость лодки равна 10 км/ч. Расстояние пройдённое лодкой равно 132 км. Требуется найти скорость течения реки. Оформим краткую запись текста задачи в виде таблицы.

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	?+10	7	(?+10) · 7
Против течения	10-?	6	(10-?) · 6

1.Составление плана решения задачи

Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение. Для этого нужно ввести переменную. Обозначим за х (км/ч) скорость течения реки. Тогда, скорость моторной лодки по течению равна (х+10) км/ч, против течения (10-х) км/ч.

Используя формулу зависимости между расстояние, скоростью и временем ($S = vt$), найдем расстояние, которое моторная лодка проходит по течению реки: $7 \cdot (x+10)$ км; и расстояние, пройденное против течения реки: $6 \cdot (10-x)$ *км*.

Получаем следующую таблицу:

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	х+10	7	(х+10) · 7
Против течения	10-х	6	(10-х) · 6

Из условия задачи известно, что расстояние, пройдённое лодкой равно 132 км. Пройденное расстояние равно сумме расстояний, пройденных по течению и против течения. Составляем уравнение:

$7 \cdot (x + 10) + 6 \cdot (10 - x) = 132.$

2.Реализация плана решения задачи.

Решим уравнение:

$7 \cdot (x + 10) + 6 \cdot (10 - x) = 132;$

$7x + 70 + 60 - 6x = 132;$

$x = 2.$

3.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорость течения реки: 2 км/ч (>0). При подстановке числа в исходное уравнение получим верное равенство:

$7 \cdot (2 + 10) + 6 \cdot (10 - 2) = 132;$

132 = 132.

Значит число 2 - корень уравнения.

Ответ: скорость течения реки 2 км/ч.

б) Задачи приводящие к квадратным уравнениям.

Турист проплыл по реке на лодке 6 км против течения и 15 км по озеру, затратив на путь по озеру на 1 час больше, чем на путь по реке. Зная, что скорость реки равна 2 км/ч, найдите скорость лодки в стоячей воде.

1.Анализ текста задачи

В задаче речь идет о движении по воде. Турист движется на лодке. Из условия задачи известно:

6 км – путь, пройденный туристом на лодке по реке против течения.

15 км – путь, пройденный туристом на лодке по озеру.

2 км/ч – скорость реки.

Известно, что время, затраченное на путь по озеру на 1 час больше, чем время, затраченное на путь по реке.

В задаче требуется найти собственную скорость лодки.

Оформим краткую запись задачи в виде таблицы. В таблице выделим отдельно столбцы для скорости лодки, времени в пути и расстояния. Так как в задаче речь идет о движении против течения реки и по озеру, то выделим две строки

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
Против течения реки	?	?	6
По озеру	?	?	15

2.Составление плана решения задачи.

Обозначим через х (км/ч) собственную скорость лодки.

Зная скорость течения реки, найдем скорость против течения: (х – 2) км/ч.

Используя формулу: $t = \frac{S}{v}$ найдем время движения лодки против течения реки: $\frac{6}{x-2}$ (ч).

Собственная скорость лодки равна скорости движения лодки по озеру.

Используя формулу: $t = \frac{S}{v}$ найдем время движения лодки по озеру: $\frac{15}{x}$ (ч).

Заполним таблицу.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
Против течения реки	$x - 2$	$\frac{6}{x-2}$	6
По озеру	x	$\frac{15}{x}$	15

По условию задачи, время, затраченное на путь по озеру на 1 час больше, чем время, затраченное на путь по реке.

Исходя из этого, составляем уравнение:

$$\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решаем уравнение:

$$\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1,$$

$$\frac{15x - 30 - 6x - x^2 + 2x}{x(x-2)} = 0, \quad ОДЗ: x \neq 2$$

$$x^2 - 11x - 30 = 0$$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 11, \\ x_1 \cdot x_2 = 30; \end{cases}$$ следовательно $$\begin{cases} x_1 = 5, \\ x_2 = 6. \end{cases}$$

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

Сделаем проверку, подставив в искомое уравнения полученные корни.

$$\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1$$

$$\frac{15}{5} - \frac{6}{5-2} = 1$$

$$\frac{15}{6} - \frac{6}{6-2} = 1$$

Равенство соблюдается, значит, числа 5 и 6 являются решением уравнения.

Собственная скорость лодки 5 (км/ч) и 6 (км/ч).

Ответ: собственная скорость лодки 5 (км/ч) и 6 (км/ч).

в) Задачи, приводящие к системе двух уравнений.

Человек в лодке начал грести против быстрой реки. Однако через 4 минуты лодка оказалась на 80 м ниже по течению. Развернув ее, он перестал грести, и пока он отдыхал, лодку снесло на 40 м. Затем он принялся грести по течению, причем лодка двигалась относительно воды с той же скоростью, как и первые 4 минуты, и прошла относительно берега еще 40 м. В целом, после разворота лодки прошло 100 секунд. Какова скорость течения реки?

Решение

1.Анализ текста задачи.

В задаче идет речь о движении по воде. Движется лодка. Из условия задачи известно, что через 4 минуты гребли против течения реки лодку отнесло на 80м ниже по течению, без гребли лодку отнесло еще на 40 м, и при гребле по течению реки лодка прошла относительно берега еще 40 м; после разворота лодки прошло 100 секунд. В задаче требуется найти скорость течения реки.

Оформим краткую запись задачи в виде таблицы. В таблице выделим отдельно столбцы для скорости лодки, времени в пути и расстояния, на которое лодку сносит. Так как в задаче речь идет о гребле против течения, о движение без гребли и гребли по течению. То выделим три строки.

	Скорость, м/мин	Время, мин	Расстояние, м
Гребля против течения	$V_{пр.теч.} = V_с - V_{теч}$	4	80
Без гребли	$V_{теч}$	?	40
Гребля по	$V_{по.теч} = V_с + V_{теч}$	?	40

течению			

2.Составление плана решения задачи

Обозначим скорость течения реки за х (км/ч), а собственную скорость лодки за у (км/ч).

Так как лодку сносит, при гребле против течения, то лодка движется вниз по течению со скоростью (х-у) м/мин и за 4 минуты проходит путь, равный

4(х-у) м.

После разворота, пока человек отдыхал, лодка прошла 40 м со скоростью х (м/мин), за время $\frac{40}{x}$ (мин). Когда человек греб по течению, то он прошел 40 м за время $\frac{40}{x+y}$ (мин). Заполним таблицу.

	Скорость, м/мин	Время, мин	Расстояние, м
Гребля против течения	x-y	4	80
Без гребли	x	$\frac{40}{x}$	40
Гребля по течению	x+y	$\frac{40}{x+y}$	40

Используя условие задачи, составим систему уравнения:

$$\begin{cases} 4\cdot(x-y)=80 \\ \frac{40}{x}+\frac{40}{x+y}=\frac{100}{60} \end{cases}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим систему уравнений.

$$\begin{cases} 4\cdot(x-y)=80 \\ \dfrac{40}{x}+\dfrac{40}{x+y}=\dfrac{100}{60} \end{cases}$$

Из первого уравнения находим $y=x-20$. Подставляя это значение во второе уравнение, получим квадратное уравнение:

$x^2-46x+240=0$

$D=b^2-4ac$

$D=2116-960=1156,\ D>0$

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\qquad x_1=\dfrac{46+34}{2}=40,\quad x_2=\dfrac{46-34}{2}=6$

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорость течения реки. Получили два корня: 40 м/мин и 6 м/мин. По условию (х – у) и из первого уравнения (х – у) = 20, следует, что х>20. Этому условию удовлетворяет лишь один корень 40 м/мин.

Ответ: скорость течения реки 40 м/мин.

2.2 Типизация задач «на работу» и методы их решения

К этому типу задач обычно относят задачи, в которых содержатся понятия «производительность труда», «время», «объем работы», «пропускная способность трубы», «количество перемещаемого вещества». Эти величины однотипны по математической зависимости между ними.

Обозначим производительность труда буквой **p,** время – буквой **t**, объем работы – буквой **A**, тогда рассматриваемые величины связываются зависимостью: $A = p \cdot t$, *откуда* $p = \frac{A}{t}$

Все задачи на работу можно условно разделить на две группы:

— задачи, в которых выполняемый объем работы известен или его нужно определить (например, количество изготовленных деталей, количество гектар вспаханной земли, объем бассейна и т.д.);

— задачи, в которых вообще не сказано, какая работа выполняется или эта работа задана неявно (в таких задачах зачастую задано только время).

Задачи на работу также делятся на два типа:

- задачи, в которых выполняется раздельная работа - эти задачи решаются аналогично задачам на движение;
- задачи на совместную работу.

В задачах на работу мы ограничимся сочетанием типов задач по режиму работы и по виду уравнения его задающего.

Основные типы задач «на работу» по виду уравнения



1. Задачи на совместную работу при неизвестном объеме работы.

а) Задачи, приводящие к квадратным уравнениям

При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

Решение

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о работе. Работают два насоса. Из условия задачи известно, что при совместной работе пруд был очищен за 2 ч 55 мин, а работая по отдельности, один из насосов может выполнить эту работу на 2 часа быстрее. В задаче требуется найти время, необходимое для выполнения работы по отдельности каждому насосу.

Объем работы неизвестен, поэтому примем его за 1.

Краткую запись задачи оформим в виде таблицы с отдельными столбцами для производительности труда, времени работы и объем работы, а также с отдельными строками для работы в отдельности и совместной работы

Работа в отдельности	Производительность труда	Время работы, ч	Объем работы
Насос 1	$\frac{1}{?}$	?	1
Насос 2	$\frac{1}{?-2}$	? - 2	1
Совместная работа	$\frac{1}{?}+\frac{1}{?-2}$	$2\,ч\,55\,мин=\frac{35}{12}\,час$	$(\frac{1}{?}+\frac{1}{?-2})\cdot\frac{35}{12}$

2.Составление плана решения задачи.

Для того чтобы решить задачу нужно составить уравнение, поэтому введем переменную. В задаче требуется найти время, которое понадобится каждому насосу для выполнения работы по отдельности. По условию задачи, один из насосов, работая отдельно, выполнит работу на $\frac{35}{12}$ *часа* быстрее, чем другой. Поэтому обозначим время работы за x часов первого насоса, тогда второй насос выполнит работу за (x – 2) часов. Заполним таблицу, заменив знак «?» на x.

Работа в отдельности	Производительность труда	Время работы, ч	Объем работы
Насос 1	$\frac{1}{x}$	x	1
Насос 2	$\frac{1}{x-2}$	x - 2	1
Совместная работа	$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}$	$2\,ч\,55\,мин=\frac{35}{12}\,час$	$(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2})\cdot\frac{35}{12}$

По формуле $A=P\cdot t$, получим уравнение:

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1.$$

3.Реализация плана решения

Преобразуем полученное уравнение в квадратное и решим его.

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1$$

$$\frac{70x-70-12x^2+24x}{35(x-2)}=0 \qquad ОДЗ: x\neq 2$$

$$12x^2-94x+70=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$D=(-94)^2+4\cdot12\cdot70=5476,\ D>0$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\qquad x_1=\frac{94+74}{2\cdot12}=7,\quad x_2=\frac{94-74}{2\cdot12}=0{,}833.$

По условию, один из насосов, работая отдельно, выполнит работу за (х-2)час, т.е. х-2>0, х>2. Поэтому х=0,833 рассматривать не будем.

Итак, первый насос закончит работу за 7 часов, а второй за 5 часов.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти время, которое понадобится каждому насосу, для выполнения работы по отдельности. Получили 7 часов и 5 часов.

При подстановке числа 7 в исходное уравнение, получим верное равенство.

$\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1$

По условию, насосы, работая вместе, выполнят работу за $\frac{35}{12}$ часа:

$1:\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\right)=\frac{35}{12}.$

Ответ: первый насос закончит работу за 7 часов, а второй за 5 часов.

б) Задачи, приводящие к системе двух уравнений

Два комбайна, работая вместе, могут выполнить задание за 6 часов. Первый комбайн, работая один, может выполнить задание на 5 часов быстрее, чем второй комбайн. За сколько времени может выполнить задание первый комбайн, работая один?

Решение

1.Анализ текста задачи

В задаче речь идет о работе. Работают два комбайна. Выполняя работу вместе, они могут выполнить ее за 6 часов. Работая по отдельности, первый комбайн

может выполнить задание на 5 часов быстрее. В задаче требуется найти время, которое понадобится второму комбайну для выполнения работы по отдельности. Объем работы неизвестен, поэтому примем его за 1.

Краткую запись задачи оформим в виде таблицы с отдельными столбцами для производительности труда, времени работы, объеме работы и с отдельными строками в отдельности и совместной работе.

Работа по отдельности	Производительность труда	Время работы, ч	Объем работы
Первый комбайн	$\frac{1}{?-5}$	?-5	1
Второй комбайн	$\frac{1}{?}$	?	1
Совместная работа	$\frac{1}{?}+\frac{1}{?-5}$	6	$\left(\frac{1}{?}+\frac{1}{?-5}\right)\cdot 6$

2.Составление плана решения задачи.

Решим задачу с помощью системы двух уравнений, поэтому введем переменные. В задаче требуется найти время, которое понадобится второму комбайну для выполнения работы по отдельности. По условию, первый комбайн, работая один, выполнит работу на 5 часов раньше, поэтому за x часов обозначим время работы второго комбайна. Тогда первый комбайн выполнит работу за y= (x – 5) час. Заполним таблицу.

Работа по отдельности	Производительность труда	Время работы, ч	Объем работы
Первый комбайн	$\frac{1}{y}$	$y=x-5$	1

Второй комбайн	$\frac{1}{x}$	x	1
Совместная работа	$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$	6	$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 6$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x - 5, \\ \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 6 = 1. \end{cases}$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим систему уравнений.

$$\begin{cases} y = x - 5, \\ \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 6 = 1; \end{cases}$$

Во второе уравнение вместо переменной у, подставим ее значение.

Преобразуем второе уравнение и решим его.

$$\begin{cases} y = x - 5, \\ x^2 - 7x - 30 = 0; \end{cases}$$

$x^2 - 17x + 30 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 17^2 - 4\cdot 1\cdot 30 = 169,\ D > 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},\quad x_1 = \frac{17+13}{2} = 15,\quad x_2 = \frac{17-13}{2} = 2.$

По условию, первый комбайн, работая отдельно, может выполнить задание за (х-5) часов, т.е х-5>0; х>5. Поэтому х = 2 рассматривать не будем.

Итак, второй комбайн, работая один, выполнит работу за 15 часов, тогда первый комбайн, работая один, выполнит работу за 10 час.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти время, которое понадобится первому комбайну, если он будет работать. Получили 10 час.

По условию задачи комбайны, работая вместе, выполнят задание за 6 часов:

$1:\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right)=1:\frac{5}{30}=6$

6 = 6.

Ответ: первый комбайн, работая один, выполнит работу за 10 час.

2.Задачи с известным объемом работы

Задачи, связанные с известным объемом работы, решаются с помощью дробно – рационального уравнения

Ученик должен прочитать 200 страниц рассказа. Читая на 5 страниц больше, чем планировал, он прочитал рассказ на 2 дня раньше. Сколько страниц в день он читал?

Решение

1.Анализ текста задачи.

Задача на работу. Ученик читает рассказ. Из условия задачи известен объем работы – 200 страниц. Известно, что ученик читал на 5 страниц больше запланированного, поэтому закончил читать на 2 дня раньше. В задаче требуется найти количество прочитанных за день страниц на самом деле.

Краткую запись оформим в виде таблицы, где укажем режимы работы: запланировано и на самом деле.

	Производительность, стр/д	Время работы, д	Объем работы, стр
Запланировано	?	$\frac{200}{?}$	200
На самом деле	?+5	$\frac{200}{?+5}$	200

2.Составление плана решения задачи.

В задаче требуется найти количество прочитанных страниц на самом деле.

Примем за х количество страниц в день, которое ученик должен прочитать по плану, тогда (х+5) страниц в день, ученик прочитал на самом деле.

Заполним таблицу, заменив знак «?» на х.

	Производительность, стр/д	Время работы, д	Объем работы, стр
Запланировано	x	$\frac{200}{x}$	200
На самом деле	$x+5$	$\frac{200}{x+5}$	200

По условию ученик прочитал книгу на 2 дня раньше запланированного времени. Исходя из этого, получаем уравнение:

$$\frac{200}{x}=\frac{200}{x+5}+2$$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим уравнение.

$$\frac{200}{x}=\frac{200}{x+5}+2$$

$x^2+5x-500=0;$

$D=b^2-4ac$

$D=5^2+4\cdot1\cdot500=2025,\ D>0$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\quad x_1=\frac{-5+45}{2}=20,\quad x_2=\frac{-5-45}{2}=-25.$

$x_2 = -25$ (отрицательный корень не удовлетворяет условию задачи, поэтому его рассматривать не будем);

$x_1 = 20$ – количество страниц в день по плану, тогда 20+5=25 – количество страниц в день, которое ученик читал на самом деле.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти количество прочитанных за день страниц, в самом деле. Получили 25 стр/д .

Известно, что запланированное время превосходит затраченное на самом деле 2 дня.

$\frac{200}{20} = 10 \ (дней) - запланированно;$

$\frac{200}{20} = 10 \ (дней) - затрачено \ \ на \ \ самом \ \ деле.$

10-8=2 (дня) – разница между запланированным временем и затраченное на самом деле.

Ответ: 25 страниц в день читал ученик.

3.Задачи, связанные с изменением режима работы

Задачи, связанные с изменением режима работы, решаются с помощью дробно – рационального уравнения.

Бригада рабочих должна была к определенному сроку прополоть овощные культуры. Начав работать на 2дня позже, чем было намечено первоначально, бригада перевыполнила дневную норму на 2 га и уже за 1 день до срока прополола 49 га, что составляло 98% задания. Какой срок был установлен бригаде для выполнения задания?

Решение.

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о работе. Работает бригада рабочих, которая должна была к определенному сроку прополоть овощные культуры. Из условия задачи известно, что бригада начала работу на два дня позже, и закончила на один день раньше до срока, перевыполняя норму на 2 га. Значит бригада работала на три дня меньше запланированного. В задаче требуется найти срок, который был установлен бригаде для выполнения задания.

Оформим краткую запись задачи в виде таблицы, где укажем режимы работы по плану и факту. Так как 49 га составляют 98% объема работы, тогда весь объем работы будет равен $(49 \cdot 100 : 98) = 50$га

	Производительность, га/д	Время, д	Объем работы, га
По плану	?	$\frac{50}{?}$	50
По факту	? + 2	$\frac{49}{?+2}$	49

2.Составление плана решения задачи.

В задаче требуется найти срок, который был установлен бригаде для прополки. Обозначим за x запланированную производительность, тогда производительность по факту равна (x + 2) га/д. Заполним таблицу заменив знак «?» на x.

	Производительность, га/д	Время, д	Объем работы, га

По плану	x	$\frac{50}{x}$	50
По факту	$x + 2$	$\frac{49}{x+2}$	49

По условию, запланированное время больше затраченного на 3 дня, поэтому составляем уравнение:

$$\frac{50}{x} - \frac{49}{x+2} = 3$$

$$\frac{50x + 100 - 49}{x(x+2)} = 3$$

$$3x^2 + 5x - 100 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 3 \cdot 100 = 1225, \quad D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \qquad x_1 = \frac{-5 + 35}{2 \cdot 3} = 5, \quad x_2 = \frac{-5 - 35}{2 \cdot 3} = -6\frac{2}{3}.$$

$x_2 = -6\frac{2}{3}$ (отрицательный корень не удовлетворяет условию задачи, поэтому его рассматривать не будем);

Итак, запланированная производительность равна 5(га/д), тогда фактическая производительность равна 7 (га/д).

$\frac{50}{5} = 10$ (дней) – время, которое было установлено бригаде для прополки овощей.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти срок, который был установлен бригаде для сбора урожая. Получили 10 дней.

Известно, что запланированное время превосходит затраченное на самом деле на 3 дня:

$\frac{49}{2+5} = 7\,(дней)$ - *затрачено на самом деле*.

10 – 7 = 3 (дня) – разница между запланированным временем и затраченным на самом деле.

Ответ: 10 дней было установлено бригаде для сбора урожая.

Выводы по второй главе.

Решение задач занимает в математическом образовании огромное место. Поэтому обучению решения задач уделяется много внимания, и единственный метод такого обучения, это показ способа решения определенных видов задач и методов по овладению ими.

Во второй главе получили следующие результаты:

1. Представлена типизация задач «на движение» по двум основаниям (по типу движения и по виду уравнения, его задающего).
2. Представлена типизация задач «на работу» по двум основаниям (по режиму работы и по виду уравнения, его задающего).
3. Выполнено решение системы упражнений задач «на движение» и «на работу».

2.3 Факультатив по теме: «Сюжетные задачи на работу и движение»

Анализ школьных учебников по изложению темы «Сюжетные задачи на работу и движение» показал, что сюжетные задачи в основном изучаются в 5-8 классах. В учебниках алгебры 9 класса авторы недостаточно уделяют внимание этим типам задач. Так как «Сюжетные задачи на работу и

движение» включены в ОГЭ, то необходимо отводить время для решения таких задач на факультативе.

Цели курса:

Актуализация, систематизация, углубление и расширение знаний и умений учащихся по теме: «Сюжетные задачи на работу и движение». Восполнение недостатков школьных учебников, расширение кругозора учащихся, формирование интереса к предмету.

Задачи курса:

Обучить учащихся методам решения задач на движение, на выполнение работы; в процессе работы над задачей формировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

Формы занятий: практические занятия.

Итоговое занятие: контрольная работа.

Ожидаемые результаты:

- Умение логически рассуждать при решении сюжетных задач на
  на работу и движение.
- Умение применять изученные методы к решению задач на работу и движение в ОГЭ.

Курс расширяет базовый уровень по математике, является предметно ориентированным, способствует совершенствованию и развитию важнейших математических знаний и умений, предусмотренных школьной программой. Курс поможет учащимся подготовиться к ОГЭ.

На проведение занятий отводится 6 часов.

Учебно-тематический план факультативного занятия «Сюжетные задачи на работу и движение»

№ п/п	Наименование тем курса	Всего часов
1	Решение задач «на движение»	1
2	Решение задач «по воде»	1

3	Решение задач на движение по кольцевым дорогам. Относительность движения.	1
4	Решение задач на совместную работу при известном объеме	1
5	Решение задач, связанные с изменением режима работы	1
6	Контрольная работа: «Сюжетные задачи на работу и движение»	1
Итого		6

После рассмотрения полного курса учащиеся должны уметь:

1.Проводить анализ задачи.

2.Создавать план решения задачи

3.Реализовывать план решения.

4.Проверять решение задачи (по смыслу, правильности логических и математических операций).

Апробация факультативных занятий проводилась в 9 «Б» классе МОУ СКОШ№2 г. Южноуральска.

Конспект урока №5

Тема: Решение задач, связанных с изменением режима работы.

Цели урока:

Образовательная - обобщить и систематизировать знания, устранить пробелы в знаниях учащихся по теме урока.

Развивающая – развитие логического мышления; развитие познавательных умений , умение анализировать, обосновывать.

Воспитательная – формирование у учащихся ответственности, коллективизма и взаимопомощи.

План урока:

1. Орг. момент 1 мин
2. Постановка цели урока 1 мин
3. Повторение изученного материала 5 мин
4. Закрепление изученного материала 15 мин
5. Самостоятельная работа 18 мин
6. Постановка домашнего задания 2 мин
7. Подведение итогов урока 3 мин

Ход урока

Организационный момент.

Приветствие. Настрой на урок. Проверка подготовленности учащихся к уроку

Постановка цели урока

Этот урок мы посвятим повторению раннее изученного материала по теме «Задачи на работу», решив задачу, связанную с изменение режима работы и закрепим изученный материал самостоятельной работой.

Повторение изученного материала

- *Какие параметры содержат «задачи на работу»?*

Такие задачи содержат следующие параметры: производительность труда, время выполнения работы, объем работы.

- *Какой формулой связаны эти три величины?*

$$A = P \cdot t$$

- *Как выражают объем работы, если он неизвестен и не является искомым?*

В таком случае объем работы принимают за 1.

- *Как найти общую производительность при совместной работе?*

Необходимо имеющиеся производительности сложить.

Закрепление изученного материала.

Задача

Бригада рабочих должна была к определенному сроку изготовить 360 деталей. Перевыполняя дневную норму на 9 деталей, бригада уже за 1 день до срока перевыполнила задание на 5 %. Сколько деталей изготовит бригада к сроку, если будет продолжать работу с той же производительностью труда?

Решение

1.Анализ текста задачи

- *О чем идет речь в задаче?*

Работает бригада и она должна по плану к определенному сроку изготовить 36о деталей. По факту бригада перевыполняла норму на 9 деталей, и уже за 1 день до срока перевыполнила задание на 5 %.

- *Что требуется найти по условию задачи?*

Нужно найти количество деталей, которые изготовит бригада к заданному сроку, продолжая работать с той же производительностью труда

Запишем краткую запись текста задачи в форме таблицы.

Величины	Процессы	
	По плану	По факту
Производительность, дет/дн	?	На 9 дет/дн больше,чем по плану
Время работы, дн	?	?
Объем работы, дет	360	?

2.Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы полностью заполнить таблицу, необходимо ввести переменную и выразить через нее другие величины.

Обозначим производительность труда по плану за х дет/дн, тогда производительность по факту составит (х + 9) дет/дн. Известно, что за день до срока бригада выполнила работу на 105 % - это составляет

$360 \div 100 \cdot 105 = 37$ (дет). Используя зависимость между производительностью, временем, объемом работы, найдем время работы по плану, найдем время работы по плану $\frac{360}{x}$ *дн* и время работы фактически

$\frac{360}{x+9}$ *дн*.

Заполняя таблицу получим:

Величины	Процессы	
	По плану	По факту
Производительность, дет/дн	х	На 9 дет/дн больше,чем по плану
Время работы, дн	$\frac{360}{x}$	$\frac{360}{x+9}$
Объем работы, дет	360	378

По условию задачи известно, что время выполнения работы по плану больше, чем время, за которое бригада выполнила 105% работы, на 1 день.

Получаем: $\frac{360}{x} - \frac{360}{x-9} = 1;$

3.Реализация плана решения задачи.

Решим полученное уравнение:

$\frac{360}{x} - \frac{360}{x-9} = 1;$

$\frac{360x + 3240 - 378x}{x^2 + 9x} = 1;$

$x^2 + 27x - 3240 = 0$

$D = 13689;$

$x_1 = -77;\ \ x_2 = 45.$

Производительность, как известно, выражается только положительным числами, поэтому отрицательный отбросим.

Итак, 45 дет/дн – производительность по плану.

Тогда 45+9=54 (дет/дн) производительность труда по факту.

Теперь необходимо найти количество дней, за которое бригада рабочих должна была выполнить всю работу по плану: 360: 45 =8 (дн).

Тогда за 8 дней с производительностью 54 дет/дн бригада изготовит:

$54 \cdot 8 = 432\ \ (дет).$

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти количество деталей, которое бригада изготовила к сроку, перевыполняя ежедневную норму 9 дет/дн.В результате решения получили 432 детали. Это больше, чем объем работы по плану 360 деталей.

Ответ: к сроку бригада изготовит 432 детали.

Самостоятельная работа

По плану колхозная бригада должна была к определенному сроку собрать урожай. Начав работать на 2дня позже, чем было намечено первоначально, бригада перевыполнила дневную норму на 2 га и уже за 1 день до срока прополола 49 га, что составляло 98% задания. Какой срок был установлен бригаде для сбора урожая?

Решение.

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о работе. Работает бригада рабочих, которая должна была к определенному сроку собрать урожай. Из условия задачи известно, что бригада начала работу на два дня позже, и закончила на один день раньше до срока, перевыполняя норму на 2 га. Значит бригада работала на три дня меньше запланированного. В задаче требуется найти срок, который был установлен бригаде для сбора урожая.

Оформим краткую запись задачи в виде таблицы, где укажем режимы работы по плану и факту. Так как 49 га составляют 98% объема работы, тогда весь объем работы будет равен $(49 \cdot 100 : 98) = 50$га

	Производительность, га/д	Время, д	Объем работы, га
По плану	?	$\frac{50}{?}$	50
По факту	? + 2	$\frac{49}{?+2}$	49

2.Составление плана решения задачи.

В задаче требуется найти срок, который был установлен бригаде для прополки. Обозначим за х запланированную производительность, тогда производительность по факту равна (х + 2) га/д. Заполним таблицу заменив знак «?» на х.

	Производительность, га/д	Время, д	Объем работы, га
По плану	x	$\frac{50}{x}$	50
По факту	$x + 2$	$\frac{49}{x+2}$	49

По условию, запланированное время больше затраченного на 3 дня, поэтому составляем уравнение:

$$\frac{50}{x} - \frac{49}{x+2} = 3$$

$$\frac{50x + 100 - 49}{x(x+2)} = 3$$

$$3x^2 + 5x - 100 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 3 \cdot 100 = 1225, \quad D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \qquad x_1 = \frac{-5 + 35}{2 \cdot 3} = 5, \quad x_2 = \frac{-5 - 35}{2 \cdot 3} = -6\frac{2}{3}.$$

$x_2 = -6\frac{2}{3}$ (отрицательный корень не удовлетворяет условию задачи, поэтому его рассматривать не будем);

Итак, запланированная производительность равна 5(га/д), тогда фактическая производительность равна 7 (га/д).

$\frac{50}{5} = 10$ (дней) – время, которое было установлено бригаде для сбора урожая.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти срок, который был установлен бригаде для сбора урожая. Получили 10 дней.

Известно, что запланированное время превосходит затраченное на самом деле на 3 дня:

$$\frac{49}{2+5} = 7\,(дней) - затрачено\ \ на\ \ самом\ \ деле.$$

10 – 7 = 3 (дня) – разница между запланированным временем и затраченным на самом деле.

Ответ: 10 дней было установлено бригаде для сбора урожая.

Конспект урока №6

Тема: Контрольная работа

Цели

Образовательная – Контроль усвоения изученного материала по теме «Сюжетные задачи на работу и движение»;

Развивающая: - развитие логического мышления, внимательности, умение применять знания на практике.

Воспитательная: - воспитывать у учащихся чувство ответственности, самоконтроль и самоанализ.

Контрольная работа

Задача 1.

Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 24 км, выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость первого, который выехал на 20 мин раньше второго, на 6 км/ч меньше скорости второго. Встретились велосипедисты на середине пути. Найдите скорость каждого велосипедиста

Для оформления краткой записи задачи выполним схематический чертеж



Из схемы видно, что велосипедисты встретились на середине пути.

2.Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу составим уравнение. Введем переменную.

Пусть х (км/ч) – скорость второго велосипедиста, тогда (х-6) (км/ч) - скорость первого велосипедиста; $\frac{12}{x}(час)$ – время в пути второго велосипедиста, $\frac{12}{x-6}(час)$ – время в пути первого велосипедиста.

По условию задачи известно, что первый велосипедист находится в пути до встречи на $20\ мин=\frac{1}{3}(час)$ больше второго т.е $\frac{12}{x-6} > \frac{12}{x}$ на $\frac{1}{3}$, поэтому составляем уравнение: $\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}=\frac{1}{3}$

3.Реализация плана решения задачи.

Приведем полученное уравнение к квадратному уравнению и решим его.

$\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}=\frac{1}{3},$

$\frac{12}{x-6}-\frac{12}{x}-\frac{1}{3}=0,$

$\frac{36x-36(x-6)-x(x-6)}{3x(x-6)}=0, \quad ОДЗ: X\neq 6$

$x^2-6x-216=0$

По теореме Виета: $\begin{cases} x_1+x_2=6, \\ x_1\cdot x_2=216; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=18, \\ x_2=-12. \end{cases}$

$x_2 = -12$ - не удовлетворяет условию задачи.

Значит, скорость второго велосипедиста равна 18 км/ч, а скорость первого велосипедиста, согласно условию задачи равна: 18 – 6 =12 км/ч.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорости двух велосипедистов. Получили ответ : 12 км/ч и 18 км\ч. Оба ответа положительны и удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 12 км/ч, 18 км/ч.

Задача№2

При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за
2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

Решение

1.Анализ текста задачи

В задаче идет речь о работе. Работают два насоса. Из условия задачи известно, что при совместной работе пруд был очищен за 2 ч 55 мин, а работая по отдельности, один из насосов может выполнить эту работу на 2 часа быстрее. В задаче требуется найти время, необходимое для выполнения работы по отдельности каждому насосу.

Объем работы неизвестен, поэтому примем его за 1.

Краткую запись задачи оформим в виде таблицы с отдельными столбцами для производительности труда, времени работы и объем работы, а также с отдельными строками для работы в отдельности и совместной работы

Работа в отдельности	Производительность труда	Время работы, ч	Объем работы
Насос 1	$\frac{1}{x}$	x	1
Насос 2	$\frac{1}{x-2}$	x - 2	1
Совместная работа	$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}$	$2\,ч\,55\,мин=\frac{35}{12}час$	$(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2})\cdot\frac{35}{12}$

По формуле $A=P\cdot t$, получим уравнение:

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1.$$

3.Реализация плана решения

Преобразуем полученное уравнение в квадратное и решим его.

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1$$

$$\frac{70x-70-12x^2+24x}{35(x-2)}=0 \qquad ОДЗ: x\neq 2$$

$$12x^2-94x+70=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=(-94)^2+4\cdot 12\cdot 70=5476,\ D>0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},\qquad x_1=\frac{94+74}{2\cdot 12}=7,\quad x_2=\frac{94-74}{2\cdot 12}=0{,}833.$$

По условию, один из насосов, работая отдельно, выполнит работу за (х-2) час, т.е. х-2>0, х>2. Поэтому х=0,833 рассматривать не будем.

Итак, первый насос закончит работу за 7 часов, а второй за 5 часов.

4.Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти время, которое понадобится каждому насосу, для выполнения работы по отдельности. Получили 7 часов и 5 часов.

При подстановке числа 7 в исходное уравнение, получим верное равенство.

$$\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7-2}\right)\cdot\frac{35}{12}=1$$

По условию, насосы, работая вместе, выполнят работу за $\frac{35}{12}$ часа:

$$1:\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\right)=\frac{35}{12}.$$

Ответ: первый насос закончит работу за 7 часов, а второй за 5 часов.

Результаты контрольной работы

№	Фамилия учаихся	1	2	оценка
1	Баркова Анастасия	+	+	5
2	Балдин Виктор	+	-	3
3	Гусева Алина	-	+	3
4	Гагонин Александр	+	+	5
5	Дедычева Снежана	+	±	4
6	Кононов Павел	±	±	3
7	Клочко Дмитрий	+	+	5
8	Мишина Дарья	±	+	4
9	Патрушев Юрий	±	+	4
10	Рассохина Диана	+	±	4
11	Смолин Даниил	+	+	5
12	Шарафилов Дмитрий	±	+	4

С первым заданием справились – 60% учащихся, со вторым заданием справились 67% учащихся.

Результаты показали, что высокий уровень умения решать текстовые задачи «на работу» и «на движение» имеют 33,5%, средний -41,7%, и низкий - 24,8%. По результатам контрольной работы можно сказать, что ученики усвоили решения текстовых задач «на работу» и «на движение». Закрепили последовательность этапов решения задач.

Заключение.

Текстовые задачи являются одним из важных средств обучения математике. С их помощью школьники получают опыт работы с величинами, познают взаимосвязи между ними, набирают опыт применения математики к решению практических задач. Использование алгебраических, геометрических, арифметических, логических способов решения задач развивает логику, сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на

них, то есть развивает естественный язык, подготавливает учащихся к дальнейшему обучению.

Квалификационная работа посвящена теме «Методические основы решения задач на работу и движение в основной школе».

Цель исследования: раскрыть методику решения текстовых задач на работу и движение и разработать факультатив по подготовке к решению сюжетных задач в ОГЭ.

Цель работы была достигнута путем решения следующих задач:

Проведен анализ школьных учебников с 5 по 9 классы авторов: Ю.Н.Макарычев (под редакцией Теляковского), Ш.А.Алимов, Н.Я.Виленкин, И.И.Зубарева, Г, В, Дорофеев. В результате этого анализа было выявлено, что существует множество способов и методов решения различных текстовых задач. В-пятых, шестых и седьмых классах задачи решаются с помощью линейного уравнения, а с восьмого класса задачи решаются с помощью квадратных и дробно - рациональных уравнений, а также систем уравнений.

Проанализирован материал ОГЭ с 2014 по 2019 год. Исследование материалов ОГЭ показало, что текстовые задачи на работу и движение встречаются во второй части второго модуля. Поэтому решение текстовых задач в школьном курсе математике играет важную роль, как для младших школьников, так и для старшеклассников.

Рассмотрены основные этапы решения задач (осмысления условия задачи, составление плана решения, осуществление плана решения, изучение найденного решения).

В работе представлена классификация задач «на движение» и «на работу», а также подробная типизация задач «на движение» по двум основаниям: по типу движения и по виду уравнения, его задающего, и типизация задач «на работу» по двум основаниям: по режиму работы и по виду уравнения, его задающего.

Представлен факультатив по теме «Сюжетные задачи на работу и движение». Апробация прошла в МОУ СКОШ №2 г. Южноуральска. Проведено 5 факультативных занятий и контрольная работа, которая показала, что ученики усвоили решения текстовых задач «на работу» и «на движение». Закрепили последовательность этапов решения задач.

Можно сделать общий вывод, что все задачи исследования решены, цель достигнута.

Список используемой литературы.

1. Балл Г.А. Теория учебных задач. – М.: Педагогика, 1990.
2. Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 31-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2018. – 280 с.: ил.

3. Виленкин Н.Я. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2018. – 288 с.: ил.
4. Дорофеев Г.В. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др. ; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 12-е изд. – М.: Просвещение, 2018. – 303 с.
5. Дорофеев Г.В. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суфорова, Е.А. Бунимович и др. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 280 с.
6. Зубарева И.И. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 14-е изд., испр. и доп. – М. : Мнемозина, 2014. – 270 с. : ил.
7. Зубарева И.И. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 14-е изд., испр. и доп. – М. : Мнемозина, 2014. – 264 с. : ил.
8. Дорофеев Г.В. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суфорова, Е.А. Бунимович и др. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2016. – 287 с. : ил.
9. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суфорова, Е.А. Бунимович и др. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2016. – 320 с. : ил.
10. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 7 класс : учеб.дляобщеоразоват. Учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. . – М. : Просвещение, 2013. – 256 с.

11. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс : учеб.для общеоразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2013. – 271 с.
12. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс : учеб.дляобщеоразоват. Учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 1-е изд. – М.: Просвещение, 2013. – 272 с.
13. Алгебра. 9 класс. Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С. и др. 8-е изд. - М.: Просвещение, 2013. - 368 с.
14. Алгебра. 9 класс. Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С. и др. 8-е изд. - М.: Просвещение, 2010. - 303с.
15. Бобровская, А.В. Текстовые задачи курса алгебры средней школы. [Текст] / А.Б. Бобровская. – 3-е изд., доп. и перераб.– Шадринск: Исеть, 1999.– 64 с: ил.
16. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе . [Текст] / Л.А. Гороховцева // Теория и практика высш. проф. обр.– 2003.– № 9.– С. 14-21.
17. Дашинимаева, Ц.Д. Текстовые задачи [Текст]: учеб. пособие по математике для 7-11 кл. / Ц.Д. Данишимаева. – М.: Спутник, 2006. – 50 с: ил.
18. Демидова, Т.Е. Текстовые задачи и методы их решения [Текст] / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких.– М.: изд-во Моск. ун-та, 1999.– 261 с.: ил.
19. Демидова, Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач [Текст]: пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких.– М.: Академия, 2002.– 288 с.
20. Зайцева, С.А. Организация работы над текстовой задачей на основе модели. [Текст] / С.А. Зайцева, И.И. Целищева // Начальное образование.– 2007.– № 4.– С. 9-15
21. Титова Е. И., Чапрасова А. В. Различные трактовки понятия «задача» и методика их решения // Молодой ученый. — 2014. — №6. —С.760-762. Режим доступа к журналу URL: http://moluch.ru/archive/65/10503/

22. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. Пособие/ Л.В. Виноградова. – Ростов н\Д.: Феникс, 2005. – С.49-51, 55, 57
23. Виноградова Е.П., Математика Часть III-Орск: Издательство ОГТИ 2014-116 с.
24. ГИА – 2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов/под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: «Национальное образование», 2018. – С. 30
25. Шевкин А.В. О задачах на «работу» и не только о них / А.В. Шевкин // Математика в школе. -1993. – № 6. – С. 16-18.
26. Щепоткин А.А. Алгоритм решения задач на тему «работа» / А.А. Щепоткин // Математика в школе. -1993. – № 2. – С.
27. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. – М.: Школа-пресс, 2002.
28. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. - М.: Просвещение, 2005.- 255 с.
29. Кузнецов, С.А. Научим учеников решать текстовые задачи по алгебре [Текст]: из опыта работы учителя математики Кузнецова С. А. / С.А. Кузнецов // М-лы метод. каб. Ромодан. отд. обр.– Б.М., 2000. – 32 с.
30. Методика преподавания математики [Текст]: учебник для вузов / Е. С. Канин, А. Я. Блох [и др.]; под ред. Р. С. Черкасова. - М.: Просвещение, 1985. - 268 с.
31. Савинцева, Н.В. О текстовых задачах в современном курсе математики 5-6 класса. [Текст] / Н. Савинцева // Сборник научных трудов математического факультета МГПУ. М.:МГПУ, 2005. С. 144-148.
32. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст]: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ин-тов / Г.И. Саранцев.– М.: Просвещение, 2002.– 224 с.: ил.
33. Сафонова, Л.А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи [Текст] / Л.А. Сафонова // Математика в шк.– 2000.– № 8.– С. 34-

34. Шевкин, А.В. Текстовые задачи [Текст]: 7-11 кл.: Учеб. пособие по математике / А.В. Шевкин.– М. : Русское слово, 2003.– 182 с.: ил.
35. Шикова, Р.Н. Использование моделирования в процессе обучения решению текстовых задач. [Текст] / Р.Н. Шикова // Начальная школа: ежемес. науч.-метод. журн.– 2004.– № 12.– С. 32-41.
36. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе . [Текст] / Л.А. Гороховцева // Теория и практика высш. проф. обр.– 2003.– № 9.– С. 14-21.
37. Ерина Т.М. Задачи на движение. //Математика для школьников, № 3, 2005
38. Захарова А.Е. Диалог в ходе решения задач на движение //Математика в школе, №5,2003
39. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач.– М.: Прометей, 1995. – 166с.
40. Ященко И.В. Математика ОГЭ Тематическая рабочая тетрадь / Э.И.В.Ященко, С.А.Шестаков, П.И.Захаров – М.: «Экзамен», 2018